



УДК 531/534:[57+61]

© 2007 г. С.А. Барабаш,
А.В. Бушманов, канд. техн. наук
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ СПИЦ ЦИРКУЛЯРНОГО АППАРАТА¹

Численным методом решается задача определения жесткости модели на основе кольцевой опоры из комплекта аппарата Илизарова.

Введение

Наиболее перспективным путем дальнейшего совершенствования конструкции аппаратов внешней фиксации переломов костей является применение математических методов анализа их механического поведения и оптимизации их основных параметров [1].

Самым известным из циркулярных аппаратов внешней фиксации является аппарат Илизарова и его модификации. Его основа – аппарат с перекрестным проведением через костные отломки спиц, которые в натянутом состоянии крепятся на замкнутых опорах. Современный аппарат Илизарова собирается из небольшого числа унифицированных деталей многоцелевого назначения, конструкции, которые в зависимости от индивидуальных особенностей того или иного повреждения или заболевания позволяют создавать неограниченное количество компоновок.

Наибольшее распространение получили аппараты с перпендикулярным (или близким к нему) расположением спиц в каждом кольце. Ввиду того, что кольца и дуги, входящие в комплект аппаратов Илизарова, имеют различные геометрические размеры, они, следовательно, имеют и различную сопротивляемость деформации под усилием натяжения спиц. В травматологии широко применяются спицевые аппараты внешней фиксации, имеющие спицы диаметром 1.5 – 2.0 мм. Различная жесткость в свою очередь определяет различную степень взаимного влияния сил натяжения спиц, закрепленных в каждом кольце [2]. Для численного моделирования

¹ Работа выполнена в рамках плана НИР по заданию Федерального агентства по образованию в 2007 г. «Исследование методов математического моделирования фиксирующих устройств в медицине (на примере травматологии)».

механического поведения спицевых аппаратов в первую очередь необходимо правильно описать поведение натянутой спицы при изгибе. Поэтому для расчета жесткости конструкции аппарата в целом необходимо знать жесткость используемых в аппарате спиц, так как они являются наименее прочными элементами конструкции [3].

Наиболее качественно численный эксперимент с фиксирующими аппаратами проводят с использованием метода конечных элементов. Метод конечных элементов не вносит принципиально новых приемов в анализ стержневых систем по сравнению с классическим методом перемещений, однако наличие готовых программ существенно увеличивает эффективность его использования для решения рассматриваемых задач. Подтверждение этому можно найти в многочисленных научно-исследовательских публикациях, в том числе и в [4], где отмечено, что оптимизация аппаратов внешней фиксации связана с математическим моделированием, в том числе с использованием специально созданных или адаптированных к решаемым задачам известных компьютерных программ; признается эффективность применения метода конечных элементов.

Постановка задачи

Рассматривается модель функциональной единицы в построении циркулярных аппаратов внешней фиксации (рис. 1) – внешняя опора (базовое кольцо) с закрепленными в ней одним или несколькими чрескостными элементами (спицами).

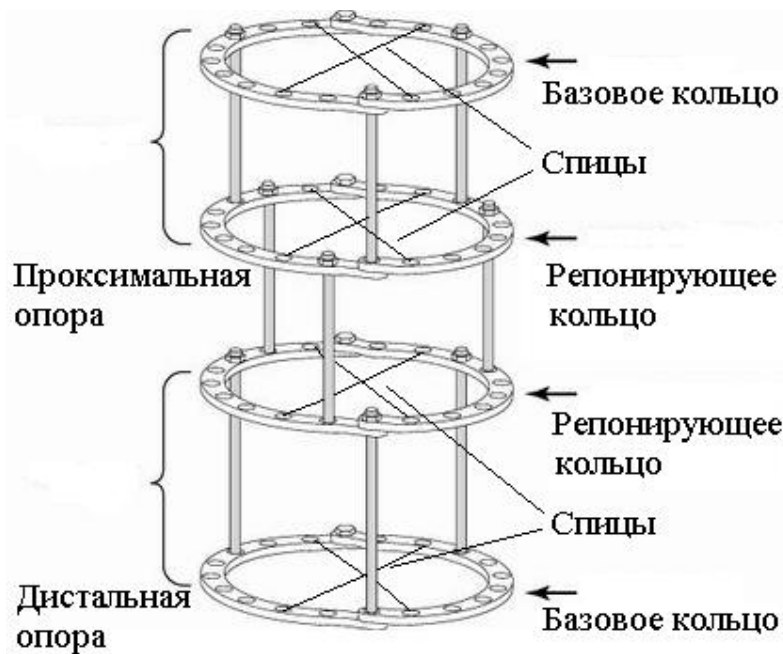


Рис. 1. Циркулярный аппарат.

Выбрана модель на основе кольцевой опоры (1) из комплекта аппа-

рата Илизарова внутренним диаметром 160 мм (рис. 2). Длинную ось имитатора кости (2) располагаем в центре кольцевой опоры. Диаметр спиц (3) принимаем равным 2 мм, угол перекреста спиц 60° , сила их натяжения 1000 Н. Длина имитатора кости 175 мм, спицы располагаются на расстоянии 25 мм от торца имитатора кости.

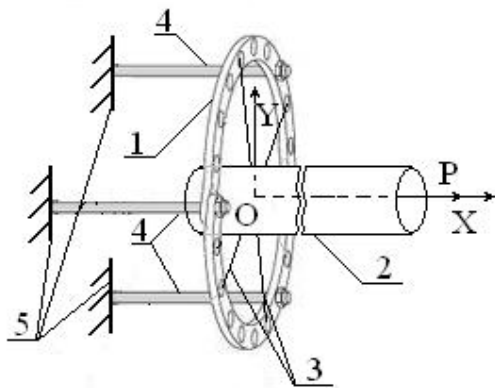


Рис. 2. Расчетная модель опоры.

Кольцевая опора посредством стоек (4) имеет жесткую фиксацию (5).

Как показано на рис. 2, к свободному торцу имитатора кости в первом варианте анализа прикладывается нагрузка P , вектор которой направлен положительно вдоль оси OX , во втором варианте анализа к свободному торцу имитатора кости прикладывается крутящий момент M , направленный против часовой стрелки вокруг оси OX .

Требуется определить, при какой величине нагрузки P смещение свободного торца имитатора кости произойдет на величину 1 мм, а также при какой величине крутящего момента M угол закручивания будет равен 1 град.

Цель работы – повысить точность вычисления деформации внешней опоры с закрепленными в ней чрескостными элементами с помощью метода конечных элементов.

Математическая модель

Анализ конструкции проводим, используя метод конечных элементов. В связи с тем, что перемещения спиц под действием нагрузки P вызывают значительные изменения ее геометрии, так что уравнения равновесия приходится составлять уже для деформированного состояния, имеет место геометрическая нелинейность. Присутствие в уравнениях нелинейных членов заставляет использовать различные процедуры последовательных приближений.

Учет геометрической нелинейности приводит к изменению матриц жесткости элементов конструкции по мере роста внешней нагрузки. Изменения матриц жесткости связаны с изменением геометрии спиц и вызваны общими перемещениями узловых точек. Связь между компонентами деформаций и компонентами перемещений предполагается линейной [5]. Таким образом, учет больших перемещений связан с построением матриц жесткости в новой глобальной системе координат, тогда как матрица жесткости в локальной системе координат остается без изменений.

Перенос сил (R) и перемещения (u) из локальной системы координат (x, y) в глобальную (X, Y) для i -го элемента можно записать в виде

$$\{R^{(лок)}\}_i = [T]_i \{R^{(зл)}\}_i, \quad (1)$$

$$\{u^{(лок)}\}_i = [T]_i \{u^{(зл)}\}_i, \quad (2)$$

$$\left[K^{(зл)} \right]_i = [T]_i^T \left[K^{(лок)} \right]_i [T]_i. \quad (3)$$

где $[K]$ – соответствующая матрица жесткости.

Матрица преобразования координат $[T]_i$ в уравнении (3) зависит от перемещений элемента $\{u\}_i$, которые считаются достаточно большими.

Если воспользоваться пошаговым методом нагружения элемента, то расчетную процедуру можно упростить.

Пусть на какой-то стадии нагружения исследуемая конструкция фиксирующего аппарата находится в равновесии. Приращение внешней нагрузки $\{dP\}$ вызывает приращение узловых усилий $\{dR\}$ и узловых перемещений $\{du\}$. Для получения мгновенной матрицы жесткости, которая может связать приращение узловых усилий $\{dR\}$ и узловых перемещений $\{du\}$, можно воспользоваться разложением матрицы узловых усилий $R(u^{(0)}+du)$ в ряд Тейлора относительно начальной точки (0), которая определяется узловыми перемещениями $\{u\}_0 = \{u_1^{(0)} u_2^{(0)} \dots u_n^{(0)}\}$ и получает приращение $\{du\} = \{du_1 du_2 \dots du_n\}$, т.е.:

$$\begin{aligned} \{R[u_1^{(0)} + du_1, u_2^{(0)} + du_2, \dots, u_n^{(0)} + du_n]\} \cong \{R(u_1^{(0)}, u_2^{(0)}, \dots, u_n^{(0)})\} + \\ + \left\{ \left(\frac{\partial \{R\}}{\partial u_1} \right)_0 du_1 + \left(\frac{\partial \{R\}}{\partial u_2} \right)_0 du_2 + \dots + \left(\frac{\partial \{R\}}{\partial u_n} \right)_0 du_n \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

В этом случае приращение вектора усилий $\{dR\}$ можно определить как

$$\{dR\} \cong \sum_{s=1}^n \left(\frac{\partial \{R\}}{\partial u_s} \right)_0 du_s \quad (5)$$

или

$$\{\Delta R\} = [K]_{(мгн)} \{\Delta u\}, \quad (6)$$

где $[K]_{(мгн)}$ – мгновенная матрица жесткости, элементы которой определяются зависимостью

$$k_{ij}^{(мгн)} = \left\{ \frac{\partial R_i}{\partial u_j} \right\}_0 = \left(k_{ij}^{(0)} + \sum_{s=1}^n \frac{\partial k_{is}}{\partial u_j} \Big|_{\langle u \rangle = \langle u \rangle_0} u_s \right). \quad (7)$$

Таким образом, введение мгновенной матрицы жесткости позволяет записать основное уравнение для шагового метода нагружения:

$$[K]_{(мгн)} \{du\} = (q_{s+1} - q_s) \{P\}. \quad (8)$$

С помощью зависимости (7), последовательно переходя от нулевой степени нагружения ($S=0$) к первой ($S=1$), от первой ко второй ($S=2$) и т.д.,

можно получить значение вектора узловых перемещений $\{u\}$ при интересующем нас значении нагрузки, равном $q = 1$.

Для увеличения точности результатов целесообразно внутри каждого шага по нагрузке выполнять итерационный процесс по уточнению значений мгновенных жесткостей. При этом значения $[K]_{(мен)}$ для каждого интервала изменения нагрузки следует определять по среднему значению вектора узловых перемещений в этом интервале [5].

Численное моделирование

Для анализа деформации модели внешней опоры с закрепленными в ней двумя спицами использовалась программа конечно-элементного анализа NX Nastran (продукт компании UGS). Для конечно-элементного моделирования конструкции был принят обобщенный элемент балки СВЕАМ, работающий на растяжение, сжатие, кручение, поперечный сдвиг и изгиб. Элемент используется для моделирования балочных и рамных конструкций, а также при выполнении нелинейных видов анализа. Форма элемента – линия, соединяющая два узла. Третий узел используется для ориентации оси OY .

Спица представляет собой отрезок круглой проволоки из нержавеющей стали марки 17X18H9, диаметром 2 мм, из этой же марки стали изготовлена и внешняя опора. Конструкцией внешней опоры является кольцо из стандартного набора к аппарату Илизарова, внутренним диаметром 160 мм. Считаем соединение внешней опоры со спицами жестким, угол между спицами 60^0 . Имитатор кости имеет трубчатое сечение с внешним диаметром 30 мм.

В первом эксперименте нагрузка прикладывается к торцу имитатора кости и направлена перпендикулярно плоскости кольца внешней опоры, вызывая деформацию спиц и фиксирующего кольца (рис. 2). Спицы предварительно натягиваются усилием 1000 Н. Во втором эксперименте крутящий момент прикладывается к торцу имитатора кости, поворачивая имитатор кости на некоторый угол вокруг его оси, а также относительно внешней опоры.

В расчетной модели, в месте крепления стоек, принимаем заделку в одном из узлов фиксирующего кольца абсолютно жесткой ($u_x = u_z = u_y = 0$), в других узлах допускается перемещение в плоскости кольца ($u_y = 0$). Таким образом, в конечно-элементном анализе учитывается радиальная упругость внешней опоры, т.е. жесткость кольца.

В первом эксперименте требуется определить величину силы, которая вызывает перемещение имитатора кости вдоль оси OY на 1 мм. Во втором эксперименте требуется определить величину крутящего момента, который повернет имитатор кости вокруг оси OY на угол, равный 1 град.

В некоторых источниках отмечается, что степень деформации де-

талей линейно зависит от прикладываемой нагрузки и нарастает с увеличением номера детали в комплекте аппарата Илизарова [2]. В других источниках говорится о нелинейном поведении наименее жестких элементов каркаса – тонких спиц [6].

В работе проведен линейный и нелинейный численный анализ модели кольцевой опоры с закрепленными в ней двумя спицами.

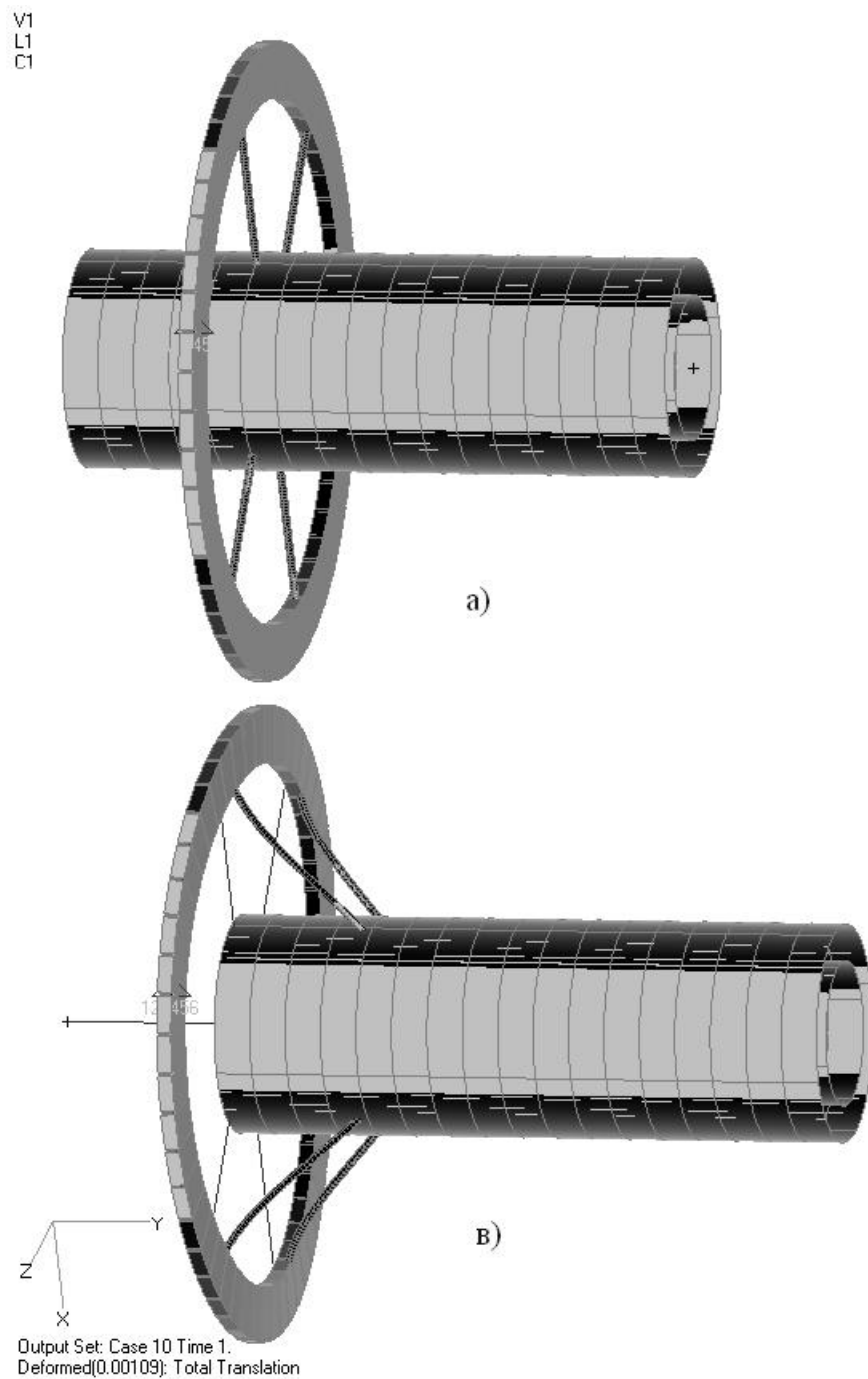


Рис. 3. Недеформированное (а) и деформированное (б) состояния модели внешней опоры с закрепленными в ней двумя спицами.

Проведенный линейный анализ конструкции методом конечных элементов показывает существенную разницу определенного перемещения в сравнении с экспериментальными данными – 1.2 мм.

Проведенный нелинейный численный анализ показал, что перемещение имитатора кости на 1 мм произошло под действием силы, равной 60 Н. (рис. 3), и полученный результат соответствует экспериментальным данным Л.Н.Соломина [4].

Результаты линейного и нелинейного численного эксперимента с конструкцией кольцевой опоры, имеющей одну и две спицы, приведены на рис. 4.

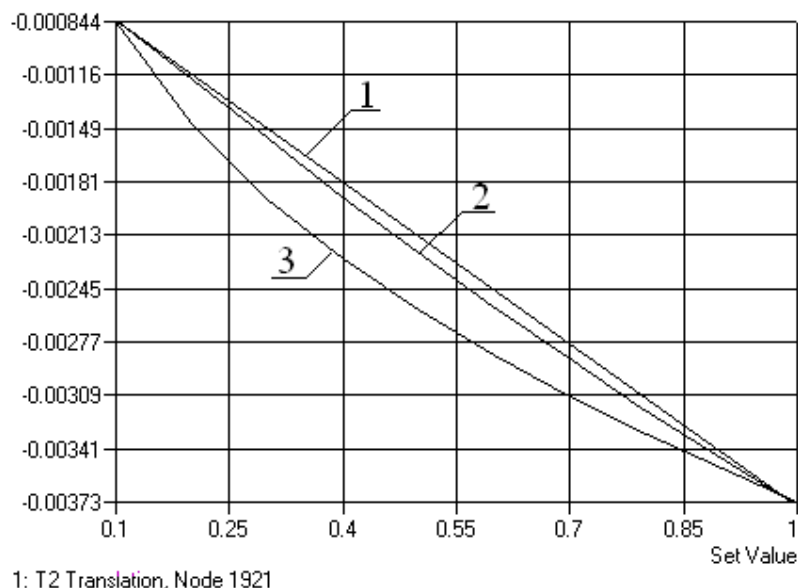


Рис. 4. Результаты численного анализа модели на основе кольцевой опоры: 1 – линейный анализ опоры с двумя спицами; 2 – нелинейный анализ опоры с одной спицей; 3 – нелинейный анализ опоры с двумя спицами.

Во втором эксперименте, определили необходимый для ротации имитатора кости на 1 град. крутящий момент, который равен 9 Н/мм, что также хорошо согласуется с данными эксперимента [4].

Заключение

На основании проведенного численного анализа можно сделать следующие выводы: во-первых, рассчитанные методом конечных элементов показатели перемещения очень близки к экспериментальным данным; во-вторых, нелинейный анализ методом конечных элементов дает более точный результат, чем линейный (рис. 4); в-третьих, с помощью нелинейного анализа моделей чрескостных циркулярных аппаратов, можно с достаточной точностью определять их жесткость.

С целью увеличения жесткости конструкции, рекомендуется:

- а) увеличить диаметр используемых спиц;



- б) применять комбинированные устройства с использованием стержневых элементов;
- в) использовать опорное кольцо с оптимальным диаметром.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Калнберз В.К., Адамович И.С., Пернер М.И., Янсон И.А.* Напряженно-деформированное состояние спицы аппарата внешней фиксации с жесткими кольцами. // Биомеханика: Проблемы исследования. – Рига. – 1988. – С. 163-167.
2. *Липанов Г.А.* О взаимном влиянии сил натяжения спиц в опорных элементах аппарата Илизарова.//Теоретические и практические аспекты чрескостного компрессионного и дистракционного остеосинтеза. – Курган, 1976. – С.53-54.
3. *Левченко К.К., Любичкий А.П., Сафонова Л.В., Циплаков А.Ю.* Биомеханическое моделирование внешней фиксации при лечении переломов губчатых костей с помощью аппаратов наружного остеосинтеза // Кафедра травматологии и ортопедии СГМУ. [http:// www.yrsp.sgm.ru/tesis/tesis_2005/hir/25.htm](http://www.yrsp.sgm.ru/tesis/tesis_2005/hir/25.htm).
4. *Соломин Л.Н.* Основы чрескостного остеосинтеза аппаратом Г.А. Илизарова. – СПб., 2005.
5. *Постнов В.А., Хархурим И.Я.* Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. – М.: Судостроение, 1974.
6. *Karlov A.V., Likhatschov V.N., Osipov Yu.V.* Biomechnik der Universal – Biomedizinische Technik. – Berlin, 1996. – P.104-105.

УДК 681.327.12.001.362

© 2007 г. **Н.С. Безруков**

(Амурский государственный университет, Благовещенск)

СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ КАСКАДНОЙ НЕЙРО-НЕЧЕТКОЙ СЕТИ

Рассматриваются вопросы построения каскадной сети, на основе методов теории информации и аппарата адаптивных нейро-нечетких сетей. Построена система поддержки принятия решения для диагностики бронхиальной астмы по параметрам электроэнцефалограммы.

Введение

Существует различные технологии создания систем поддержки принятия решений (СППР), одной из которых являются нейронные сети. В работах [1, 2] отмечается одно из главных достоинств сетей – получение предсказаний в условиях априорной неопределенности, когда даже эксперт зачастую не в состоянии выявить все закономерности, скрытые в исследуемых данных.