УДК 519.2

© 2007 г. **Д.В. Давыдов**, канд. физ.-мат. наук,
Г.С. Макаренко
(Дальневосточный государственный университет, Владивосток)

ИНТЕРВАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ЗАДАЧЕ МОНЕТАРНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ

Рассматривается задача построения оптимального правила денежной политики в условиях ограниченных статистических данных. На основании эконометрических оценок векторной авторегрессии строится интервальная дискретная управляемая система, решение которой позволяет определить близкие к оптимальным динамические изменения величины денежной массы в экономике. Приведены расчеты для современной макроэкономической ситуации в России.

Введение

Задача стабилизации инфляции в странах с нарождающейся рыночной экономикой продолжает оставаться одной из наиболее актуальных. Формирование адекватной денежно-кредитной политики дополняется необходимостью более точных прогнозов последствий ее применения. Если страны с развитой рыночной экономикой достаточно длительный период времени находятся в окрестности общеэкономического равновесия, или, выражаясь в духе моделей Неймана-Гейла, придерживаются траектории сбалансированного роста, то страны с переходной (нарождающейся) экономикой подвержены существенным макроэкономическим колебаниям, которые связаны с продолжающимся изменением структуры экономики, ее подстройкой к изменяющейся законодательной базе.

Нестационарность экономических процессов с очевидностью требует динамического правила денежной политики. В данной работе предлагается основанный на концепции упреждающего управления метод вычисления оптимального или близкого к оптимальному динамического правила кредитно-денежной политики.

Отличительной чертой представленной в работе модели является интервальный подход к описанию неопределенности. На первом этапе моделирования строятся эконометрические оценки основных макроэкономических параметров методами структурной векторной авторегрессии и 3-шаговым методом наименьших квадратов. В силу присущих «новым» экономикам коротких рядов данных, используемых для построения оценок, полученные оценки определяются как центры интервалов с некоторым заданным уровнем погрешности измерения. Таким образом, от эконометрической модели мы переходим к интервальной постановке задачи.

На втором этапе моделирования полученные интервальные оценки экзогенных параметров используются для построения интервальной управляемой модели стабилизации. Данная модель позволяет не только сформировать «близкое» к оптимальному управление, но и построить оценку «пучка» траекторий макроэкономической системы под воздействием данного управления. Модель также дает возможность оценить допустимый уровень неопределенности, гарантирующий стабилизацию.

Макроэкономическая стабилизация

Содержанием процесса макроэкономической стабилизации является достижение стабильности общего уровня цен, производства и занятости. Главная цель стабилизации состоит в том, чтобы остановить рост цен, ввести в приемлемые границы инфляцию, создать тем самым условия для восстановления роста экономики и уровня благосостояния населения. При этом жесткие антиинфляционные меры могут угнетающим образом воздействовать на производство и занятость.

Если рассматривать стабилизацию с точки зрения монетаристов, то она заключается в том, что сокращение денежной массы при заданных объемах производства будет приводить к снижению цен, или, в процентных изменениях, чтобы снизить темп инфляции, нужно сократить темп роста и абсолютную величину денежной массы. С точки зрения влияния на производство динамики инфляции и денежной массы следует различать долгосрочные и краткосрочные эффекты [3]. Долгосрочные тенденции: ниже рост денежной массы, ниже инфляция – выше рост производства. Краткосрочные зависимости между перечисленными величинами существенно иные. Сжатие денежной массы на отрезке времени в несколько месяцев обычно вызывает снижение как инфляции, так и производства. Производство угнетается снижением роста цен и ростом процентных ставок по кредитам, который вызывается сокращением предложения денег. Напротив, увеличение денежной массы в качестве краткосрочного эффекта может вызвать некоторый рост производства или его стабилизацию, если прежде наблюдался спад. Но затем, обычно уже через 3 – 6 месяцев, происходит усиление инфляции, растут процентные ставки и оживление производства сменяется спадом или стагнацией.

Таким образом, в краткосрочном периоде выбор правила денежной политики должен отвечать двум противоречивым целям: с одной стороны, необходимо снижать уровень инфляции, а с другой, – элиминировать негативное влияние на валовый выпуск.

Одним из распространенных эмпирически обоснованных правил денежной политики Центрального банка РФ является так называемое «правило Тейлора» [4], достаточно хорошо работающее в том случае, когда экономика находится в близком к стационарному режиме. Для переходных экономик, характеризующихся существенной нестационарностью, необходима разработка более гибкого динамического правила денежной политики.

Общая идея такого правила остается неизменной: необходимо оценить реакцию реальных макроэкономических переменных на шоки денежного предложения, а затем замкнуть систему так, чтобы негативное влияние на реальные переменные было наименьшим.

Одним из способов построения правила денежной политики является использование теории оптимального управления, где в качестве управляющей переменной фигурируют шоки предложения денег, а целью управления является достижение желаемых показателей реальных переменных. При этом для нахождения параметров управляемой системы предварительно строится эконометрическая модель векторной авторегрессии, включающая как реальные переменные, так и уравнение, идентифицирующее текущую политику Центрального банка РФ.

Необходимо учитывать, что в силу наличия погрешностей и ошибок измерения, а также пропусков в рядах данных, присущих странам с переходной экономикой, возникает некоторая степень неопределенности относительно точности данных. Одним из способов формализовать данную ситуацию является задание интервалов изменения данных, что сводит задачу стабилизации к построению и исследованию интервальной управляемой модели.

Построение интервальной модели монетарной стабилизации осуществим в два этапа. На первом этапе методами эконометрического моделирования – структурной векторной авторегрессии и трехшагового метода наименьших квадратов – вычислим оценки параметров макроэкономической системы. Используя полученные оценки, на втором этапе построим интервальную дискретную модель стабилизации, выбирая в качестве управлений величину относительного изменения денежной массы в обращении.

Эконометрическая оценка

Рассмотрим систему уравнений

$$\begin{cases} y_t = b_{12} p_t + b_{13} m_t + a_{11} y_{t-1} + a_{12} p_{t-1} + a_{13} m_{t-1} + e_{(y)t}, \\ p_t = b_{21} y_t + b_{23} m_t + a_{21} y_{t-1} + a_{22} p_{t-1} + a_{23} m_{t-1} + e_{(p)t}, \\ m_t = b_{31} y_t + b_{32} p_t + a_{31} y_{t-1} + a_{32} p_{t-1} + a_{33} m_{t-1} + e_{(m)t}, \end{cases} \qquad (1)$$

связывающую основные макроэкономические переменные: y_t – показатель роста валового внутреннего продукта (прирост ВВП); p_t – показатель изменения инфляции (индекс потребительских цен); m_t – показатель изменения денежной массы (прирост денежной массы); $e_{(\cdot)t}$ – случайные переменные (шоки уравнений).

В соответствии с классическими макроэкономическими представлениями первое уравнение, определяющее зависимость выпуска от уровня цен и денежной массы, можно интерпретировать как функцию совокупного предложения с учетом лаговых зависимостей переменных. Второе уравнение обобщает неокейнсианскую кривую Филипса, определяя зависимость уровня цен от объема выпуска. Наконец, третье уравнение есть уравнение текущей политики Центрального банка РФ, в соответствии с которым он принимает решение о величине денежной массы в зависимости от реального сектора – объема валового производства и величины инфляции.

Коэффициент b_{12} в системе (1) определяет воздействия текущего изменения уровня цен на текущий же выпуск. Исходя из инерции реального сектора экономики, данный коэффициент можно полагать равным нулю. Коэффициенты b_{13} и b_{23} описывают реакцию выпуска и инфляции на текущее значение денежной массы, устанавливаемое Центральным банком РФ. Учитывая задержку реакции производителей и потребителей на текущую величину денежной массы, соответствующие коэффициенты b_{13} и b_{23} также можно положить равными нулю.

С учетом сделанных предположений система (1) может быть приведена к более простому виду, определяемому как структурная, или «приведенная» форма [5]. Для этого первое уравнение, зависящее только от лаговых значений переменных, можно подставить во второе, в правой части которого содержится текущее значение выпуска, а затем оба уравнения подставить в уравнение денежной политики Центрального банка. Тогда

$$\begin{cases} y_t = a_{11} y_{t-1} + a_{12} p_{t-1} + b_1 m_{t-1} + u_{(y)t}, \\ p_t = a_{21} y_{t-1} + a_{22} p_{t-1} + b_2 m_{t-1} + u_{(p)t}, \\ m_t = a_{31} y_{t-1} + a_{32} p_{t-1} + b_3 m_{t-1} + u_{(m)t}. \end{cases} \tag{2}$$

Заметим, что выполняются соотношения между коэффициентами исходной и приведенной форм модели

$$a_{11} = \alpha_{11},\ a_{12} = \alpha_{12},\ b_1 = \alpha_{13},$$

$$a_{21} = b_{21} \alpha_{11} + \alpha_{21},\ a_{22} = b_{21} \alpha_{12} + \alpha_{22},\ b_2 = b_{21} \alpha_{13} + \alpha_{23},$$

$$a_{31} = b_{31} \alpha_{11} + b_{32} b_{21} \alpha_{11} + b_{32} \alpha_{21} + \alpha_{31},$$

$$a_{32} = b_{31} \alpha_{12} + b_{32} b_{21} \alpha_{12} + b_{32} \alpha_{22} + \alpha_{32},$$

$$a_{31} = b_{31} \alpha_{13} + b_{32} b_{21} \alpha_{13} + b_{32} \alpha_{23} + \alpha_{33}.$$

Шоки приведенной системы определяются по следующим формулам:

$$u_{(y)t} = e_{(y)t},$$

$$u_{(p)t} = b_{21}e_{(y)t} + e_{(p)t},$$

$$u_{(m)t} = b_{32}b_{21}e_{(y)t} + b_{32}e_{(p)t} + e_{(m)t}.$$

Необходимо отметить, что в силу взаимной коррелированности остатков модели (2), следует использовать адекватный метод оценивания системы. Трехшаговый метод наименьших квадратов можно считать подходящим инструментом оценивания, так как он учитывает взаимную коррелированность остатков уравнений модели и оценивает все уравнения модели одновременно [1]. Но в том случае, когда коэффициенты структурной формы модели не выражаются однозначно через коэффициенты приведенной формы модели и идентифицируемы не все уравнения модели, применение обычного метода наименьших квадратов дает несостоятельные оценки параметров модели. Поэтому применение трехшагового метода наименьших квадратов является наиболее подходящим.

Построение управляемой системы

Сформулируем задачу макроэкономической стабилизации на основе дискретной управляемой системы, выбирая в качестве инструмента денежной политики Центрального банка прирост денежной массы.

Рассмотрим интервальную управляемую систему

$$x^{t+1} = \mathbf{A}x^t + \mathbf{b}u^t, \tag{3}$$

где x^t – вектор переменных состояния; u^t – управление на шаге $t = 0, 1, \ldots, T - 1$. В нашем случае переменными состояния являются выпуск и инфляция, а одномерное управление определяется денежной массой: $x^t = (y_t, p_t)'$, $u^t = m_t$ (штрих обозначает транспонирование).

Интервальные матрица состояния $\mathbf{A}$ и вектор управления $\mathbf{b}$ удовлетворяют условиям

$$\mathbf{A} = \{A : |A - A_0| \le \Delta A\}, \mathbf{b} = \{b : |b - b_0| \le \Delta b\}, \tag{4}$$

где центры A_0, b_0 определяются на основании эконометрической оценки коэффициентов, радиусы $\Delta A, \Delta b$ определяются в терминах процентных отклонений от соответствующих центров или на основании доверительных интервалов распределений.

Задача состоит в том, чтобы найти такое управление u^t, $t = 0, 1, \ldots, T - 1$, для которого последовательность векторов, генерируемая уравнением (3), сходилась к заданной точке

$$x^T = \Gamma x^0 = (g_y y_0, g_p p_0)' \tag{5}$$

для любых значений A, b, удовлетворяющих (4), и любых начальных векторов x^0. Здесь матрица $\Gamma = diag(g_y, g_p)$ определяет целевые показатели выпуска y_T и уровня цен p_T в терминах относительных изменений начальных значений y_0 и p_0, – например, «повысить прирост выпуска в $g_y > 1$ раз и уменьшить прирост инфляции до $g_p < 1$ раз».

Воспроизводя рекурсивно уравнение (3) и требуя выполнения целевого условия (5), приходим к системе

$$\mathbf{A}^{T-1}\mathbf{b}u^0 + \mathbf{A}^{T-2}\mathbf{b}u^1 + ... + \mathbf{A}\mathbf{b}u^{T-2} + \mathbf{b}u^{T-1} = (\Gamma - \mathbf{A}^T)x^0 . \qquad (6)$$

Используя полученные в [2] оценки интервалов левой и правой частей (6), можно, несколько огрубляя, построить линейную интервальную систему алгебраических уравнений

$$\mathbf{D}z = \mathbf{f} , \qquad (7)$$

с матрицей $\mathbf{D} = (\mathbf{A}^{T-1}\mathbf{b}, \mathbf{A}^{T-2}\mathbf{b},..., \mathbf{A}\mathbf{b}, \mathbf{b})$, вектором правой части $\mathbf{f} = (\Gamma - \mathbf{A}^T)x^0$ и вектором переменных $z = (u^0, u^1,..., u^{T-2}, u^{T-1})$.

Соответствующие центры и радиусы интервалов в (7) обозначим через $D_0, f_0, \Delta D, \Delta f$:

$$\mathbf{D} = \{D : | D - D_0 | \le \Delta D\}, \mathbf{f} = \{ f : | f - f_0 | \le \Delta f \} . \qquad (8)$$

Пусть e – неотрицательный вектор из R^m. Назовем вектор z из R^n e-решением системы (7), если для любых D и f, удовлетворяющих (8), выполнено неравенство

$$| Dz - f | \le e . \qquad (9)$$

Невязка e здесь играет роль показателя уровня неопределенности, поэтому в качестве решения системы (7) предлагается выбирать z, отвечающее минимальному или близкому к минимальному значению нормы невязки. В работе [2] показано, что такому критерию удовлетворяет, в частности, субуниверсальное решение системы

$$\breve{z} = D_0^+ f_0 , \qquad (10)$$

определенное с использованием псевдообратной матрицы $D_0^+ = D_0'(D_0 D_0')^{-1}$ при условии [2], что матрица D_0 имеет полный ранг, в нашей модели равный двум.

Минимальное по норме субуниверсальное решение (10) определяет набор управлений $\breve{z} = (\breve{u}^0, \breve{u}^1,..., \breve{u}^{T-2}, \breve{u}^{T-1})$, подстановка которых в исходную интервальную систему (3) позволяет оценить множество конечных состояний $\breve{x}^T$, определенных при всех допустимых значениях интервальных параметров (4). Величину отклонения $\breve{x}^T$ от целевого вектора x^T можно определить [2] с помощью вычисления нормы матрицы

$$M_T = (|A_0| + \Delta A)^T - |A_0|^T +$$
$$+ \sum_{k=0}^{T-1} |((|A_0| + \Delta A)^k - |A_0|^k)(|b_0| + \Delta b) + |A_0|^k \Delta b \| b_0' A_0^k{}' (D_0 D_0')^{-1} A_0^T|.$$

Неравенство $\| M_T \| < 1$ гарантирует выполнение неравенства $\| \breve{x}^T - x^T \| < \| x^0 - x^T \|$, при значениях $\| M_T \|$ близких к нулю, отклонение $\breve{x}^T$ от целевого вектора x^T пропорционально мало.

Переход от квартальных к полугодовым данным

Построение эконометрических оценок параметров системы (3) требует достаточного количества наблюдений, поэтому в процессе эконометрической оценки удобно использовать квартальные данные. С другой стороны, схема модели на квартальных данных неудобна для построения управления, поэтому предлагается схема перехода от квартальных управлений к полугодовым.

Рассмотрим систему (3) при фиксированных допустимых A, b в моменты времени (t + 1) и (t + 2)

$$x^{t+1} = Ax^t + bu^t, \tag{11}$$

$$x^{t+2} = Ax^{t+1} + bu^{t+1},. \tag{12}$$

Предположим, что управления в периодах t и (t + 1) равны, т.е. управление остается неизменным в течение полугодового периода. Пусть $u^t = u^{t+1} = u$.

Подставим уравнение (11) в уравнение (12)

$$x^{t+2} = A(Ax^{t+1} + bu) + bu = A^2 x^{t+1} + (Ab + b)u.$$

Введем замену

$$\widetilde{A} = A^2,\ \widetilde{b} = Ab + b.$$

Тогда получим модель

$$\widetilde{x}^{t+1} = \widetilde{A}\widetilde{x}^t + \widetilde{b}u^t, t = 0,2,...,\left\lfloor \frac{T-1}{2} \right\rfloor, \tag{13}$$

позволяющую строить динамическое правило денежной политики с полугодовой периодичностью изменения.

Вычислительные эксперименты

Для оценивания параметров модели использовались квартальные данные Госкомстата России за период с первого квартала 1999 г. по четвертый квартал 2005 г. включительно. В качестве измерителя инфляции использовались значения индекса потребительских цен, в качестве измерителя денежного рынка – значения денежной массы, в качестве показателя экономической активности – валовый внутренний продукт.

Чтобы отразить значения прироста показателей, данные были прологарифмированы и во всех оценках использовались разностные показатели рядов, т.е. разности между текущим значением показателя и его лагом, что обеспечило стационарность оцениваемых рядов данных.

Приведенная форма модели (2) была оценена трехшаговым методом наименьших квадратов с использованием эконометрического пакета Eviews:

$$\begin{cases} y_t = -0.32y_{t-1} - 2.25p_{t-1} + 0.82m_{t-1}, \\ p_t = 0.11y_{t-1} + 0.09p_{t-1} - 0.07m_{t-1}, \\ m_t = 0.19y_{t-1} + 1.06p_{t-1} + 0.75m_{t-1}. \end{cases}$$

На основании полученных оценок коэффициентов модели сформированы «центральные» матрицы интервальной управляемой системы (3):

$$A_0 = \begin{pmatrix} -0.32 & -2.25 \\ 0.11 & 0.09 \end{pmatrix}, \quad b_0 = \begin{pmatrix} 0.82 \\ -0.07 \end{pmatrix}.$$

Определяя погрешность измерения в размере пяти процентов, получаем матрицы радиусов

$$\Delta A = \begin{pmatrix} -0.016 & -0.112 \\ 0.005 & 0.004 \end{pmatrix}, \quad \Delta b = \begin{pmatrix} 0.041 \\ -0.004 \end{pmatrix}.$$

Результаты построения субуниверсального управления для T=1,2,3,4,5,6 квартальных периодов с целевыми показателями увеличить прирост выпуска на 10% и уменьшить инфляцию на 40% от исходных значений приведены в таблице.

Количество периодов стабилизации	Вектор управления						Норма матрицы M_T
	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	
2	0.24	0.06	-	-	-	-	0.31
3	-0.04	0.15	0.04	-	-	-	0.03
4	-0.03	-0.05	0.13	0.05	-	-	0.16
5	0.02	-0.02	-0.05	0.17	0.05	-	0.03
6	0	0.01	0.02	-0.03	0.12	0.04	0.03

Аналогичные вычисления для модели с 4 полугодовыми периодами приводят к следующему результату: при неизменных требованиях на прирост выпуска и уменьшение инфляции изменения денежной массы должны составить: u_1=-0,04; u_2=0,16; u_3=-0,41; u_4=-0,01 со значением нормы матрицы $\| M_T \| < 0{,}4$.

Таким образом, предложенная схема построения динамического управления денежной массой позволяет гарантировать с достаточно высокой точностью достижение желаемых показателей – выпуска и инфляции за конечный период времени, что можно использовать в практическом построении динамической монетарной политики Центрального банка РФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Айвазян С.А., Мхитарян В.С.* Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: Юнити, 1998.
2. *Ащепков Л.Т., Давыдов Д.В.* Универсальные решения интервальных задач оптимизации и управления. – М.: Наука, 2006.
3. *Белоусов Д.Р.* Механизм инфляции в современной России: дисс. … канд. экон. наук. – М., 1998
4. *R. Clarida, J.Gali, M. Gertler.* Monetary policy rules in practice: some international evidences. // European economic review. – 1998. – № 42. – P.1033-1067.
5. *J.H. Stock, M.W. Watson.* Vector autoregressions // J. of Economic Perspectives. – 2001.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.Л. Абрамовым.