УДК 517.977.5

© 2007 г. **Ю.А. Бушманова**
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

КОМБИНИРОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ СКАЛЯРНЫМИ НЕСТАЦИОНАРНЫМИ ОБЪЕКТАМИ В СИСТЕМАХ С НЕЯВНЫМ ЭТАЛОНОМ[1]

Рассматривается задача синтеза робастно-адаптивных алгоритмов для систем управления априорно неопределенными неустойчивыми нестационарными объектами с использованием неявной эталонной модели.

Введение

Одной из проблем современной теории управления, обусловленой возрастающей сложностью технических систем, является задача управления скалярным объектом, обладающим неопределенными или меняющимися с течением времени параметрами и функционирующим в условиях воздействия постоянного возмущения.

Среди класса систем автоматического управления для решения данной задачи используются адаптивные и робастные системы. Адаптивное управление [1] позволяет обеспечить работоспособность системы управления в условиях значительного обычно «медленного» изменения динамических свойств объекта и внешних помех. Тем не менее для сохранения работоспособности адаптивной системы управления в условиях постоянного действия «быстрых» внешних и параметрических возмущений алгоритмы адаптивного управления должны обладать свойством грубости. Одним из способов огрубления алгоритмов адаптации является введение зоны нечувствительности, что позволяет отключить алгоритм в области малых значений показателя качества. В то же время робастные алгоритмы управления [2] могут обеспечивать малую величину сигнала рассогласования за счет низкой чувствительности системы к изменениям параметров объекта и характеристик внешней среды, – в частности, это может достигаться с помо-

[1] Работа выполнена в рамках плана НИР по заданию Федерального агентства по образованию в 2007 г. «Модели и алгоритмы непрерывных и гибридных систем управления априорно неопределенными нелинейно-нестационарными объектами».

щью большого коэффициента усиления основного контура управления или наличия в нем сигнальной составляющей. Заметим, что в последнем случае управляющее воздействие, как правило, оказывается высокочастотным и для борьбы с этим недостатком могут применяться нелинейные робастные законы управления [2].

Поскольку оба подхода имеют свои достоинства и недостатки, для расширения возможностей управления в условиях неопределенности и повышения качества процессов управления перспективно использование комбинированных методов [3], сочетающих в себе различные способы управления.

В работе рассматривается задача синтеза комбинированного регулятора, не содержащего сигнальной составляющей, дающего возможность улучшить качество функционирования системы управления. Построение системы управления основывается на использовании критерия гиперустойчивости совместно с неявной эталонной моделью [4], позволяющей существенно упростить структуру системы управления.

Математическое описание объекта управления

Динамика нестационарного скалярного объекта управления, функционирующего в условиях априорной параметрической неопределенности, задается уравнениями:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t,x)x(t) + B(x)u(t) + f(t), \;\; y(t) = L^T(x)x(t), \; x \in \Xi; \qquad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ – вектор состояния; $y(t) \in R$ и $u(t) \in R$ – скалярные выход и управление; x – набор неизвестных параметров; Ξ – некоторое известное множество; $\left\| f_x(t) \right\| < f_0 = const$ – вектор возмущения; $A(t,x)$ и $B(x)$, $L(x)$ – матрица состояния и векторы соответственно управления и выхода, причем для матрицы $A(t)$ может быть записано следующее уравнение:

$$A(t,x)x(t) = A_{0,t} + B(x)b(t)L^T(x)x(t), \qquad (2)$$

где $\beta(t)$ – скалярная функция, значения которой изменяются неизвестным образом в известных пределах, а $B^T(x) = [0, \ldots 0, b_1(x)]$, где $b_1 = const > 0$ принимает значение из некоторого диапазона $b_1 \in [\, b_{1\min}, b_{1\max}]$.

Неявная эталонная модель описывается уравнениями:

$$\frac{dx_*(t)}{dt} = A_0 x_*(t) + B_* r(t), \;\; y_*(t) = L^T(x)x_*(t), \qquad (3)$$

где $x_*(t) \in R^n$ – вектор состояния неявной эталонной модели; $r(t) \in R$ – задающее воздействие. Матрицы состояния и управления неявной эталонной модели (3) и объекта управления (1) связаны соотношениями:

$$A_0 = A_{0,t} + Bc_0 L^T, \; B_* = Bk_0. \qquad (4)$$

Постановка задачи

Рассматривается задача комбинированного (робастно-адаптивного) управления объектом (1), когда структура комбинированного регулятора задана в виде

$$u(t) = u_{адапт}(t) + u_{роб}(t), \quad u_{адапт}(t) = c^T(t)y(t) + k(t)r(t), \tag{5}$$

где $u_{адапт}(t)$ и $u_{роб}(t)$ – адаптивная и робастная составляющие закона управления; $c(t)$ и $k(t)$ – настраиваемые параметры алгоритма адаптации.

Требуется определить явный вид робастной составляющей $u_{роб}(t)$ и адаптивных алгоритмов настройки коэффициентов $c(t)$ и $k(t)$ регулятора (5) таким образом, чтобы в условиях априорной неопределенности $x \in \Xi$ и любых начальных значениях $x(0)$, $c(0)$, $k(0)$ гарантировалось бы выполнение целевых условий:

$$\begin{gathered}\lim_{t\to\infty}\|r(t) - y(t)\| = \lim_{t\to\infty}\|y_*(t) - y(t)\| \le s_0 = const > 0,\\ \lim_{t\to\infty} c(t) \le c_0 = const > 0, \ \lim_{t\to\infty} k(t) \le k_0 = const > 0.\end{gathered} \tag{6}$$

Синтез системы управления

Согласно критерию гиперустойчивости [1] синтез системы управления будет проходить в несколько этапов.

Первый этап. Для исследуемой системы необходимо записать эквивалентное математическое описание. Введем в рассмотрение ошибку слежения вида $e(t) = x_*(t) - x(t)$ и запишем эквивалентное математическое описание исследуемой системы управления (1), (3), (4), (5):

$$\begin{gathered}\frac{de(t)}{dt} = A_0 e(t) + Bm(t),\\ n(t) = L^T x_*(t) - L^T x(t) = L^T e(t) \cong r(t) - y(t),\\ m(t) = -(c - c_0)y - (k - k_0)r - u_{роб}(t) - b(t)y - b_1^{-1} f(t).\end{gathered} \tag{7}$$

Второй этап. Необходимо обеспечить выполнение условия строгой положительной определенности для линейной стационарной части системы (7), описываемой передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{L^T(sE - A_0)^+ B}{\det(sE - A_0)} = \frac{a(s)}{b(s)}, \tag{8}$$

где относительный порядок передаточной функции $W(s)$ равен 1. Для этого должно выполняться неравенство:

$$\operatorname{Re} W(jw) > 0, \ \forall w \in (0, +\infty). \tag{9}$$

Учитывая, что объект является строго минимально-фазовым и, как следствие, полином $a(s)$ является гурвицевым степени $(n - 1)$ с положительными коффициентами, выполнение условия строгой положительной определенности для системы (7) связано с существованием достаточно большого числа $\chi_0 = const > 0$.

Запишем соотношение:

$$b(s) + c_0 a(s) = s^n + c_0\left(a_{n-1} + \frac{b_{n-1}(s)}{c_0}\right)s^{n-1} +$$

$$+ c_0\left(a_{n-2} + \frac{b_{n-2}(s)}{c_0}\right)s^{n-2} + \ldots + c_0\left(a_0 + \frac{b_0(s)}{c_0}\right) \cong s^n + c_0 a(s),$$

согласно [3], при большом значении χ_0 многочлен $b(s)+ \chi_0 a(s)$ окажется гурвицевым, причем один вещественный корень сместится на комплексной плоскости далеко влево, а остальные корни устремятся к корням многочлена $a(s)$. В результате линейная стационарная часть системы будет приближенно описываться выражением:

$$W(s) = \frac{c_0}{s + c_0}, \tag{10}$$

которое соответствует передаточной функции апериодического звена первого порядка, т.е. выполнение условия (9) очевидно.

Третий этап. Для нелинейной части системы (7) проверим выполнение интегрального неравенства В.М. Попова:

$$h(0,t) = -\int_0^t m(s)n(s)ds \geq -g_0^2 = const, \quad \forall t > 0,$$

полагая, что структура робастной составляющей в (5) имеет вид

$$u_{роб}(s) = u_1(s) + u_2(s), \tag{11}$$

можно представить в виде:

$$h(0,t) = h_1(0,t) + h_2(0,t) + h_3(0,t), \tag{12}$$

$$h_1(0,t) = \int_0^t (c(s) - c_0)y(s)n(s)ds, \tag{13}$$

$$h_2(0,t) = \int_0^t (k(s) - k_0)r(s)n(s)ds, \tag{14}$$

$$h_3(0,t) = \int_0^t b(s)y(s)n(s)ds + \int_0^t u_1(s)n(s)ds, \tag{15}$$

$$h_4(0,t) = \int_0^t b_1^{-1} f(t)n(s)ds + \int_0^t u_2(s)n(s)ds. \tag{16}$$

Рассмотрим оценки для каждого интегрального слагаемого.

Поскольку объект управления обладает нестационарностью и функционирует в устовиях постоянного возмущения, для сохранения работоспособности адаптивного контура необходимо регуляризировать (огрубить) алгоритмы адаптации. С этой целью перепишем интегралы (13), (14), вводя зону нечувствительности:

$$h_1(0,t)=\int_0^t (c(s)-c_0)y(s)n(s)ds = 0.5\int_0^t (c(s)-c_0)y(s)(n(s)+t)ds + \\ +0.5\int_0^t (c(s)-c_0)y(s)(n(s)-t)ds, \qquad (17)$$

$$h_2(0,t)=\int_0^t (k(s)-k_0)r(s)n(s)ds = 0.5\int_0^t (k(s)-k_0)r(s)(n(s)+t)ds + \\ +0.5\int_0^t (k(s)-k_0)r(s)(n(s)-t)ds. \qquad (18)$$

Если алгоритмы настройки параметров регулятора синтезировать в виде:

$$\frac{dc(t)}{dt}=\begin{cases} 0, |n(t)|\le t, \\ h_1 y(t)(n(t)-t), \ \forall n(t)>t, \\ h_1 y(t)(n(t)+t), \ \forall n(t)<-t, \end{cases} \qquad (19)$$

$$\frac{dk(t)}{dt}=\begin{cases} 0, |n(t)|\le t, \\ h_2 r(t)(n(t)-t), \ \forall n(t)>t, \\ h_2 r(t)(n(t)+t), \ \forall n(t)<-t, \end{cases} \qquad (20)$$

то, как можно показать, будет справедливы следующие неравенства:

$$h_1(0,t)\ge -\tilde{g}_1^{\,2}=const, \ \forall t>0, \qquad (21)$$

$$h_2(0,t)\ge -\tilde{g}_2^{\,2}=const, \ \forall t>0. \qquad (22)$$

Если задать робастную составляющую u_1 в виде:

$$u_1 = h_3 y^2(t)n(t), \qquad (23)$$

где $h_3=|\sup(b(t))|$, то для интеграла (15) можно получить следующую оценку:

$$h_3(0,t)=\int_0^t b(s)y(s)n(s)ds+\int_0^t u_{роб}(s)n(s)ds=\int_0^t b(s)y(s)n(s)ds+ \\ +b_0\int_0^t y^2(s)n^2(s)ds \ge \int_0^t b(s)y(s)n(s)ds + b_0(\int_0^t y(s)n(s)ds)^2 \pm \qquad (24) \\ \pm\frac{1}{4g_3^{\,2}}\ge -\frac{1}{4g_3^{\,2}}=-\tilde{g}_3^{\,2}=const.$$

Задавая робастную составляющую u_2 в виде:

$$u_2 = h_4 n(t), \qquad (25)$$

где $h_4 = g_4(b_1^{-1}f_0)^2$, получим следующую оценку интеграла (16):

$$h_4(0,t) = \int_0^t b_1^{-1} f(t) n(s) ds + g_4 \int_0^t (b_1^{-1} f_0)^2 v^2(s) ds \geq \int_0^t b_1^{-1} f(t) n(s) ds +$$

$$+ g_4 (\int_0^t b_1^{-1} f_0 v(s) ds)^2 \pm \frac{1}{4 g_4^2} \geq -\frac{1}{4 g_4^2} = -\tilde{g}_4^2 .$$

Суммируя интегральные оценки, можно сделать вывод о выполнении интегрального неравенства Попова. Действительно:

$$h(0,t) = -\int_0^t v(s) \tilde{e}(s) ds \geq -\tilde{g}_1^2 - \tilde{g}_2^2 - \tilde{g}_3^2 - \tilde{g}_4^2 = const, \quad \forall t > 0. \qquad (26)$$

Четвертый этап. Из выполнения интегрального неравенства Попова (26) и частотного неравенства (9) следует, что как система (7), (11), (19), (20), (23), (25), так и система (1), (3), (4), (5), (11), (19), (20), (23), (25) являются гиперустойчивыми. Тогда, учитывая явный вид уравнений (5), (19), (20), следуя [1], можно показать, что для указанных систем будут выполнены целевые условия вида (6).

Иллюстративный пример

Рассмотрим пример имитационного моделирования системы (1), (3), (4), (5), (11), (19), (20), (23), (25) со следующими значениями параметров объекта управления:

$$A(t) = \begin{bmatrix} O_2 & E_2 \\ & a(t) \end{bmatrix}, \; L^T = \begin{bmatrix} 2 & 2{,}5 & 0{,}5 \end{bmatrix}, \qquad (27)$$

$$a(t) = \begin{bmatrix} -2{,}5 + b(t) & 0{,}5 + b(t) & -8{,}5 + b(t) \end{bmatrix},$$

$$b(t) = 10 \sin(5t),$$

где O_2 и E_2 – нулевой вектор и единичная матрица соответствующего размера.

Как видно из структурной схемы синтезированной системы, представленной на рис. 1, задавая коэффициенты h_1 и h_2, соответствующие адаптивной составляющей комбинированного закона управления, равными нулю, можно получить робастную систему управления. Аналогично, приравнивая к нулю коэффициенты h_3 и h_4, соответствующие робастной составляющей, можно получить адаптивный закон управления. Таким образом, проводилось имитационное моделирования адаптивной, робастной и адаптивно-робастной систем управления с целью сравнить качества функционирования систем в условиях априорной неопределенности и постоянно действующего возмущения.

Имитационное моделирование осуществлялось при задающем воздействии и возмущении вида:

$$r(t,s) = \sin(0.4t) + \frac{3}{5s+1} 1(t-1), \quad \tilde{f}(t,s) = f(t) \frac{1}{2s+1}, \; \| f(t) \| < 0.2. \qquad (28)$$

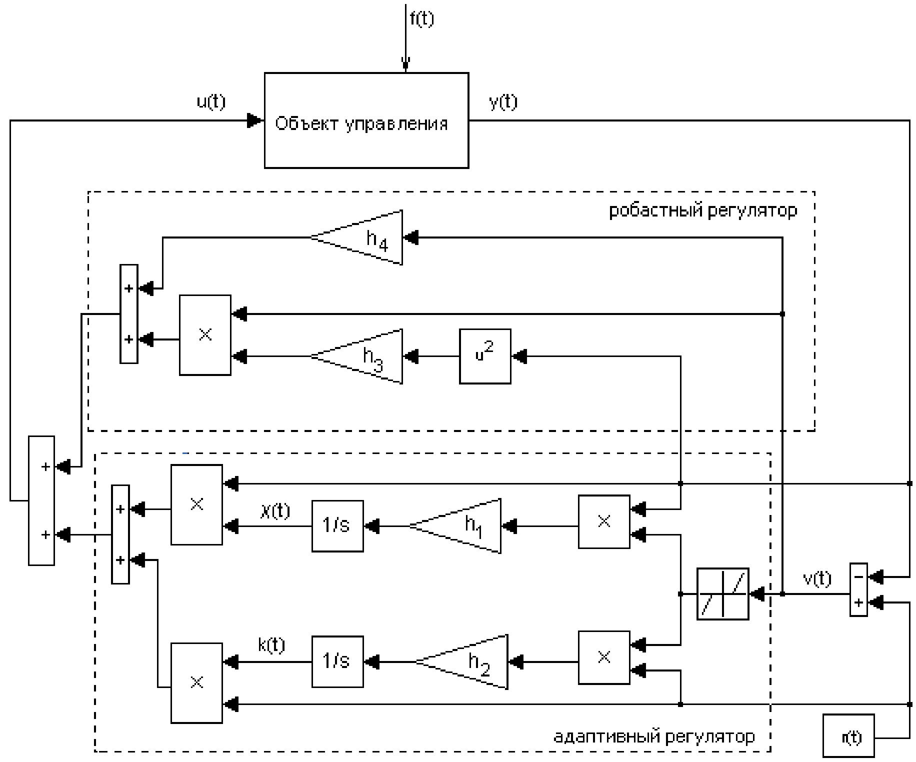

Рис. 1. Структурная схема исследуемой системы.

В процессе моделирования значения постоянных комбинированного закона управления (5) были следующими: h_1 = 20000, h_2 = 20000, h_3 = 10000, h_4 = 100, λ = 0.0001. График задающего воздействия $r(t)$, возмущения f(t) и выходов объекта управления $y_{адапт}(t)$, $y_{роб}(t)$, $y_{комб}(t)$ для адаптивного, робастного и комбинированного законов управления соответственно приведены на рис. 2.

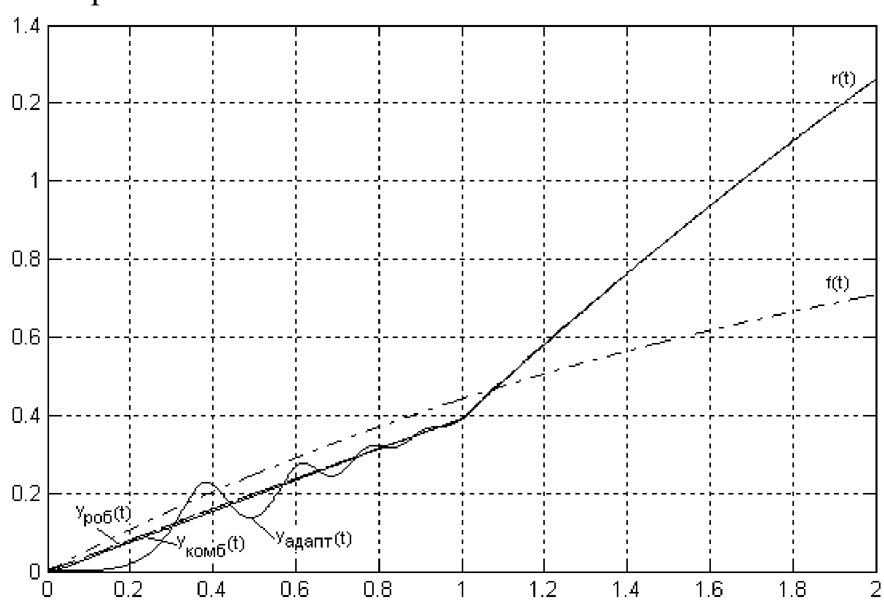

Рис. 2. Задание $r(t)$, возмущение $f(t)$ и выходы объекта управления $y(t)$ – для адаптивного, робастного и комбинированного законов управления.

Динамика рассогласования $e(t) = r(t) - y(t)$ в системе (1), (3), (4), (5), (11), (19), (20), (23), (25) приведена на рис. 3, где $e_{адапт}(t)$, $e_{роб}(t)$, $e_{комб}(t)$ – соответственно сигналы рассогласования для адаптивного, робастного и комбинированного законов управления.

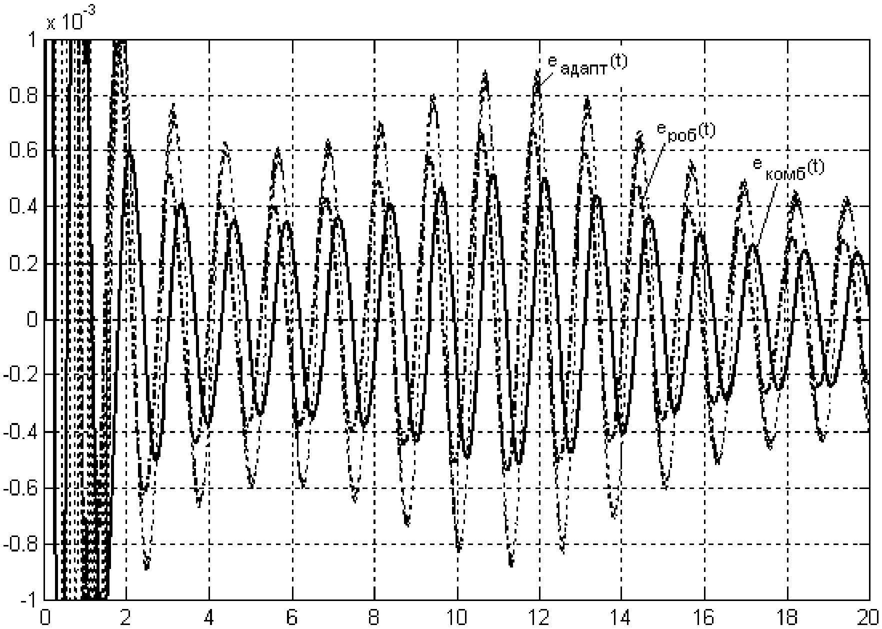

Рис. 3. Ошибка слежения для адаптивного, робастного и комбинированного законов управления.

Заключение

Использование комбинированного управления априорно неопределенными неустойчивыми нестационарными объектами позволяет получить систему управления с относительно малой ошибкой слежения при постоянно действующем возмущении. Применение неявной эталонной модели позволяет синтезировать систему управления минимальной структурной сложности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Еремин Е.Л., Цыкунов А.М.* Синтез адаптивных систем управления на основе критерия гиперустойчивости. – Бишкек: Илим, 1992.
2. *Еремин Е.Л., Галаган Т.А., Семичевская Н.П.* Нелинейное робастное управление нестационарными объектами. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2006.
3. *Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л.* Метод пассификации в задачах адаптивного управления, оценивания и синхронизации // Автоматика и телемеханика. – 2006. – №11.
4. *Еремин Е.Л., Чепак Л.В.* Алгоритмы робастного нелинейного управления нестационарными скалярными объектами // Информатика и системы управления. – 2007. – №1.
5. *Фрадков А.Л.* Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // АиТ. – 1974. – №12.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.Л. Ереминым.