

ской системы.

Работа выполнена в рамках плана Дальневосточного отделения научного совета РАН по методологии искусственного интеллекта.

Доклад представлен к публикации членом редколлегии Ю.М. Перельманом.

УДК 616.28-008.14-053.4-071(083.41)

Л.В. Горбов, канд. мед. наук,

А.А. Сухинин, канд. мед. наук

(Росцентр функциональной хирургической гастроэнтерологии Росздрава),

С.Л. Коваленко

(Центр аудиологии и слухопротезирования, Краснодар)

АНАЛИЗ КОМПОНЕНТ КРИТЕРИЯ ОДНОРОДНОСТИ – НОВЫЙ ПОДХОД К ИНТЕРПРЕТАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ?

В работе представлена идеология анализа промежуточных результатов вычисления величины критерия однородности χ^2 , позволяющая получить информацию, расширяющую традиционное представление о данной статистике.

Методы работы с качественными (альтернативными) признаками широкому кругу исследователей известны меньше, чем с количественными, и, как правило, их применение сопряжено с некоторыми типичными ошибками. Для статистической оценки взаимосвязи двух и более качественных признаков чаще всего используется анализ таблиц кросстабуляции с применением критерия χ^2 [1, 2].

В работе изучены результаты аудиологического обследования организованного контингента дошкольников (три возрастные группы), посещающих массовые и логопедические группы. Ниже представлены эти данные в классической таблице кросстабуляции (табл. 1).

Таблица 1

Тип группы	Возрастные группы			ВСЕГО
	I	II	III	
Массовые группы, всего	170	356	169	695
Логогруппы, всего	17	171	127	315
ИТОГО	187	527	296	1010

Теоретически, при полном отсутствии зависимости между качественными признаками, ожидаемые частоты каждого класса определяются в соответствии одной из основных теорем теории вероятности – частота одновременного наступления двух независимых событий равна произведению их вероятностей. В данном случае в генеральной совокупности обследованных детей вероятность того, что случайно взятый ребенок посещает массовую группу, равна $695/1010=0,688$, а логогруппу – $315/1010=0,312$ соответственно. Вероятность случайно взятого ребенка войти в первую возрастную группу равна $187/1010=0,185$, вторую – $527/1010=0,522$ и третью – $296/1010=0,293$. Вероятность для ребенка младшего возраста посещать логогруппу равна произведению соответствующих вероятностей.

стей, то есть $0,312 \times 0,185 = 0,058$. При численности выборки 1010 человек ожидаемое число детей в этой группе составляет $1010 \times 0,058 \approx 58$ человек. В реальности в логогруппе наблюдалось 17 детей. Насколько такое отличие является случайным, может дать ответ применение критерия однородности χ^2 .

Величина расхождений фактической и ожидаемой численности во всех классах двумерного распределения качественных признаков и лежит в основе оценки взаимосвязи признаков с помощью этого критерия. Формула для вычислений имеет вид [3]:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(n_{\text{факт } i,j} - n_{\text{ожид } i,j})^2}{n_{\text{ожид } i,j}}$$

Достоверность различий, обусловленная неслучайными причинами, определяется при вычислении уровня значимости p , исходя из величины критерия χ^2 , с учетом степеней свободы df . В данном случае $df = (r-1) \cdot (c-1)$, где r – число классов распределения по первому признаку (*row* – ряд), а c – число классов распределения по второму признаку (*column* – колонка). В конкретном случае $df = 2$. Расчет величины критерия χ^2 дает величину 61,87, что при данной степени свободы определяет уровень значимости $p = 3,67 \cdot 10^{-14}$. Применение критерия χ^2 позволяет получить информацию о выраженной неслучайности двумерного распределения изучаемых качественных признаков.

Традиционная интерпретация критерия χ^2 на этом заканчивается. Однако, на наш взгляд, имеет смысл оценить компоненты критерия в каждой ячейке полученной таблицы. Вполне очевидно, что отклонения в тех ячейках, которые вносят наибольший вклад в неслучайность распределения, дают наибольший вклад в соответствующие компоненты критерия – $\left(\frac{(n_{\text{факт}} - n_{\text{ожид}})^2}{n_{\text{ожид}}} \right)_{i,j}$, и, таким образом,

оценив сравнительную величину этих составляющих, можно сделать содержательный вывод об имеющихся данных. Исходные данные представлены в табл. 2.

Таблица 2

	I группа		II группа		III группа		ВСЕГО
Массовые группы, всего	170	128,68	356	363,64	169	203,68	695
	13,26945		0,121529		5,90585		
Логогруппы, всего	17	58,32	171	164,36	127	92,32	315
	29,27705		0,268136		13,03037		
ИТОГО	187		527		296		1010

В белых ячейках приведены наблюдаемые численности детей в соответствующих группах, в заштрихованных – ожидаемые численности с учетом независимости признаков, а под ними – величины компонентов критерия χ^2 . Отметим, что ожидаемая численность групп приведена с точностью до второго знака после запятой, поскольку округление до целых чисел может значительно изменить величины компонент и самого критерия χ^2 [4]. Используя стандартную функцию программы *Microsoft Excel* – ХИ2ОБР(0,05;2), где 0,05 – уровень значимости p , а 2 – степень свободы df , можно вычислить критическое (стандартное) значение

критерия χ^2_{st} , равное 5,991465. При превышении эмпирического критерия χ^2 этой величины необходимо отвергнуть нулевую гипотезу об отсутствии статистических различий в численностях групп. При условии независимости наблюдений, для того чтобы данная ячейка таблицы не вносила вклада в отличие от теоретического распределения, можно оценить среднее значение компоненты χ^2 этой ячейки как $\chi^2_{st/6} \gg 1,00$, где 6 – число ячеек в таблице. Поиск ячеек, вносящих вклад в неслучайность распределения, предлагается вести путем ранжирования компонент критерия χ^2 , суммируя их затем, начиная с минимальных, – до тех пор, пока сумма не превысит значения χ^2_{st} .

При анализе таблицы можно сделать вывод, что во II возрастной группе распределение детей по различным учебным группам статистически не отличается от теоретического распределения. Достоверные отклонения связаны с тем, что в младшей группе около 40 детей, которые должны были бы посещать логогруппу, ходят в массовые группы, а в старших группах 35 человек, которые могли бы посещать массовую группу, занимаются в группе специализированной.

С содержательных позиций полученные результаты позволяют рекомендовать активизировать в младшем возрасте перевод детей в специализированную группу. Результаты позволяют говорить о том, что для многих детей младшего возраста происходит неоправданная задержка направления их в специализированную группу для исправления речи, уходит время, необходимое для адекватной коррекции, что ведет к ухудшению в дальнейшем ее результатов. Перевод детей из логопедической в массовую группу представляется маловероятным вследствие нежелания родителей, поскольку в логогруппе детям уделяется значительно больше внимания – в каждой группе работает не один, а два воспитателя и дополнительно педагог-логопед. Тем не менее рекомендация активизировать в раннем возрасте перевод детей в логопедическую группу позволила бы получить значительный экономический эффект, улучшить здоровье детей и эффективнее подготовить их к школьным занятиям.

Предлагаемая технология анализа компонент критерия χ^2 позволяет в один этап проводить анализ закономерностей распределения качественных признаков, что выгодно отличает его от метода, предлагаемого С. Гланцем, который включает многократную группировку и повторное проведение расчетов критерия χ^2 с поправкой Бонферрони для учета множественности сравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лакин Г.Ф.* Биометрия.- М.: Высшая школа, 1972.
2. *Флейс Дж.* Статистические методы изучения таблиц долей и пропорций. – М.: ФиС, 1989.
3. *Гайдышев И.* Анализ и обработка данных: специальный справочник. – СПб.: Питер, 2001.
4. *Гланц С.* Медико-биологическая статистика. – М.: Практика, 1998.

Доклад представлен к публикации членом редколлегии Ю.М. Перельманом.