

УДК 532.517.2: 536.24

© 2008 г. **А.В. Костенко**, канд. техн. наук
(Комсомольский на Амуре государственный технический университет)

О МЕТОДИКЕ КОРРЕКЦИИ ГРАДИЕНТА СРЕДНЕМАССОВОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕПЛООБМЕНА КОРИДОРНЫХ ПУЧКОВ ТРУБ В РАЗРАБОТКЕ ПРОГРАММ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

В соответствии с предложенной схемой коррекции градиентов давления и среднemasсовой температуры моделирования течения и теплообмена в коридорных пучках круглых труб в работе обосновано вычисление интегралов с помощью теории вычетов и приведены результаты численных экспериментов с использованием программы «Коридор».

Введение

Изначально проектирование теплообменных аппаратов и их устройств [1] базируются на теплофизических исследованиях процессов, которые протекают в них, в частности это относится и к анализу конвективного теплообмена в пучках труб [2]. До сих пор в данной тематике используются экспериментальные методы исследования для коэффициента теплоотдачи.

Расчетные исследования теплообменников, основанные на решениях уравнений Навье-Стокса и энергии, не носят массового характера. Однако появление мощной вычислительной техники и ее прогресс, требуют новых эффективных разработок компьютерных вычислительных технологий. Следовательно, это заставляет обращаться к решению задач конвективного теплообмена в пучках гладких и оребренных труб кругового сечения с использованием численного моделирования накопленного опыта в CFD (вычислительная гидродинамика) [3 – 5].

Прошедшие годы конца XX столетия характеризовались бурным развитием, наряду с проводимыми экспериментальными исследованиями течения и теплообмена, также прогрессивными методами численного моделирования указанных процессов [3 – 6].

Анализ работ численного моделирования ламинарного течения теплообмена в коридорных пучках труб кругового сечения, отличительными чертами которых являются применение периодических граничных условий и оригинальная процедура коррекции градиентов давления и среднemasсовой температурой, приведен в [2]. Однако в нем справедливо отмечаются недостатки, касающиеся вычисления интегралов для нахождения коэффициента, регулирующего среднemasсовую температуру. В этой связи для возможной процедуры нахождения градиента среднemasсовой температуры предлагается использовать эффективный метод

вычисления контурных интегралов с помощью теории вычетов или конформных преобразований [7].

Постановка задачи

Рассматривается плоское ламинарное течение несжимаемой вязкой жидкости и конвективный теплообмен в регулярном коридорном пучке цилиндрических труб кругового сечения, расположенные с поперечными и продольными шагами $s_1 = s_2$. Диаметр цилиндра d берется за линейный масштаб, а среднемаховая скорость выбрана за характерную. В пучке выделяется расчетный модуль ABCDEF, на проточных границах АВ и EF которого ставятся периодические граничные условия, заменяющие влияние соседних труб. На границах AF и BE задаются условия симметрии; на омываемой стенке цилиндра CD – условия прилипания (рис. 1а, 2б). Для выбранной среды с постоянными физическими свойствами решение тепловой задачи рассматривается отдельно от динамической с использованием ранее рассчитанных полей скоростей. Число Рейнольдса изменяется в диапазоне от 40 до 10^3 , число Прандтля равно 0,7. Геометрические размеры приняты: $s = s_1 = s_2 = 2; 1,5; 1,25$. Стенка цилиндра принимается изотермической и нагретой (ее температура равна 1,27 в безразмерных величинах) [2, 8].

Для численного решения ламинарного течения и теплообмена расчетный модуль покрывается нерегулярной полярной сеткой с равномерным шагом по окружной координате и неравномерным шагом по радиальной, простирающейся на расстояние 0,15 от поверхности цилиндра. Как известно [9], процесс течения и теплообмена в выделенном расчетном модуле описывается на основе конечно-объемного решения уравнений Навье – Стокса и уравнения энергии неявным факторизованным методом глобальных итераций. Детализация решения представлена в работе [10].

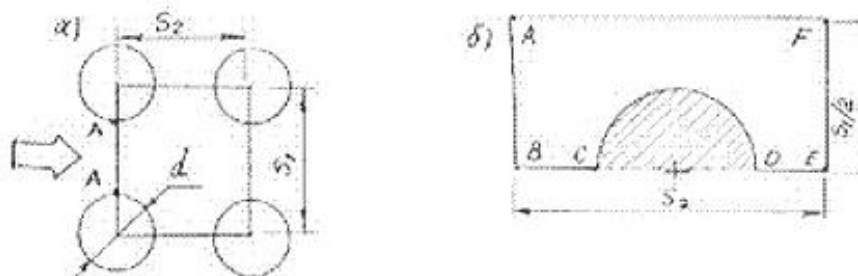


Рис. 1. Схема расчетной области ABCDEF и коридорного пучка труб:
 а – схема коридорного изображения расположения труб в пучке;
 б – схема расчетной области (модуля).

Процедура коррекции среднемаховой температуры

Формулировка рассматриваемой задачи [9] состоит в выделении из поля давления периодической составляющей и записи уравнения для коррекции давления относительно ее поправки. При решении тепловой задачи расчет производится не для преобразованной температуры θ , а для обычной температуры T . Безразмерная температура θ требуется только для коррекции входной среднемаховой

вой температуры и при выполнении операций переноса решения для реализации периодических граничных условий.

Помимо итерационного решения уравнений Навье – Стокса, а также выведенного из уравнения неразрывности уравнения для поправки давления, в процедуру глобальных итераций решения задачи входят дополнительные итерационные циклы. При решении тепловой задачи применяется метод коррекции средне-массовой температуры. Детальное описание методов приводится в работе [2].

Процедура коррекции среднемассовой температуры имеет черты, идентичные с процедурой коррекции градиента давления. В работе [6] утверждается, что для случая постоянной температуры стенок внутри расчетной области периодическую составляющую температурного поля можно выделить, используя выражение

$$\theta = \frac{T(r) - T}{T^*(x) - T}, \quad (1)$$

причем $\theta(x) = \theta(x + L) = \theta(x + 2L) = \dots$, где L – продольный размер области;

$$T^*(x) = \frac{\int T(\bar{r}) / \rho \bar{v} dA}{\int \rho \bar{v} dA}. \quad (2)$$

Интегралы в (2) берут по сечению области, нормальному к направлению течения (см. рис. 1а, б). Величина $T^*(x)$ при отсутствии возвратного течения совпадает со среднемассовой температурой. Распределение этой величины вдоль области расчета заранее неизвестно и должно определяться итерационным путем в процессе решения. Для упрощения предполагается, что распределение $T^*(x)$ вдоль области линейно, т.е.:

$$T^*(x) = T_{ex}^* + \beta T^* x, \quad (3)$$

где T_{ex}^* – температура во входном сечении.

Допускается также, что области возвратного течения во входном сечении отсутствуют или незначительны, т.е. считают, что входная среднемассовая температура $T_{ex}^* = T_{ex} \beta T_t$ описывается выражением

$$T_{ex} \beta T_t = \frac{\int T(\bar{r}) \rho \bar{v} d\bar{A}}{\int \rho \bar{v} d\bar{A}}. \quad (4)$$

Для определения неизвестного градиента среднемассовой температуры βT используется уравнение энергии в виде:

$$\nabla(\rho \bar{v} T) = \alpha \nabla^2 T. \quad (5)$$

Интегрируя (5) по всей расчетной области, с учетом (3) и граничных условий периодичности

$\int_{\text{вх}} \rho \bar{v} d\bar{A} = \int_{\text{вых}} \rho \bar{v} d\bar{A}$, выражение для β_T примет вид

$$\beta_T = - \frac{\int \alpha \frac{\partial \Gamma}{\partial n} ds}{L \int_{\text{вх}} \rho \bar{v} d\bar{A}}, \quad (6)$$

где $\alpha = \text{const}$; $\frac{\partial \Gamma}{\partial n}$ – нормальная производная температуры.

В работе [2] отмечается, что в процессе итерационного решения задачи, помимо определения градиента среднemasсовой температуры, необходимо поддерживать заданную величину входного потока температуры – входной среднemasсовой температуры. Тогда $\int_{\text{вх}} \theta(\bar{r}) |\rho \bar{v} d\bar{A}| = 1$. В противном случае поле θ корректируется как:

$$\theta^{\text{нов}}(\bar{r}) = \theta^{\text{стар}} \frac{\int_{\text{вх}} \theta(\bar{r}) |\rho \bar{v} d\bar{A}|}{1}. \quad (7)$$

Автор работы [2] справедливо отмечает, что причины введения в [6] характерной температуры T^* , вычисленной по модулю скорости на основе (2), а не по самой скорости, необоснованны.

Отметим, что вычисления контурных интегралов следует производить или по методу теории вычетов [11] (рис. 2), согласно которой

$$\oint_K f(z) dz = 2\pi i \sum_{k=1}^n \text{res} f(z_k), \quad (8)$$

где K – замкнутый контур интегрирования, ограничивающий расчетную область и не проходящий через особые точки (центры вихрей) (профиль $f(z)$ должен быть известен), а также интегралом Коши. Вычисление вычетов сравнительно просто [12]. Можно рекомендовать использовать метод конформного отображения [7] области с помощью подходящей функции комплексного переменного, так как поле скоростей заранее установлено.

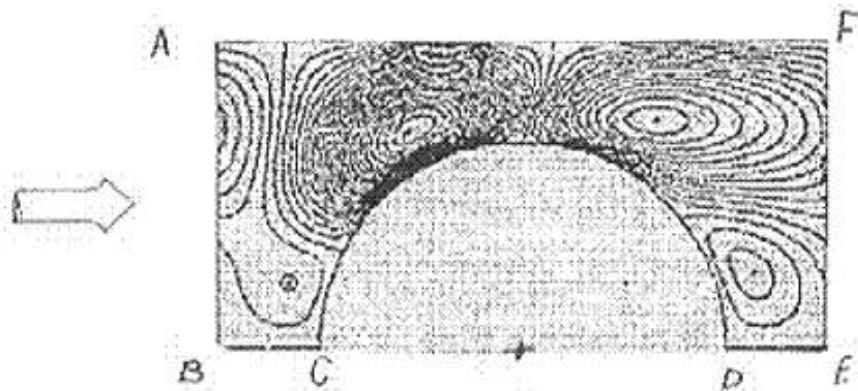


Рис. 2. Картина обтекания глубинной трубы в регулярном коридорном пучке.

Использование результатов численного эксперимента, полученных по методу «среднего» Фурье

Проведенные численные эксперименты течения и теплообмена в мембранных регулярных коридорных пучках труб кругового сечения с применением метода «среднего» Фурье [13] и комплекса программ «Коридор» [8], где в качестве среднemasсовой температуры взята температура потока в минимальном проходном сечении AA (см. рис. 1а), позволили эффективно получить приемлемые для практики результаты. Эти результаты приведены в табл. 1 – 4 и могут быть использованы в практике проектирования теплообменных устройств и аппаратов. В частности, результаты расчета обтекания и теплообмена мембранных коридорных пучков даны для круглых труб: в табл. 1 – $Re = 40$; в табл. 2 – $Re = 100$; в табл. 3 – $Re = 250$; в табл. 4 – $Re = 500$;

Таблица 1

№ п/п	Пучок	C_{Xp}	C_{xf}	C_x	Eu	Num	$\theta S1...$	$\theta S2...$
1	1.25	4.428	1.149	5.517	-4.509	8.80	30.04	25.65
2	1.38	3.150	0.949	4.099	-3.140	7.14	34.17	26.08
3	1.50	1.872	0.749	2.621	-1.770	5.48	38.22	26.29
4	1.62	2.697	0.821	3.518	-2.630	6.64	35.36	25.03
5	1.75	1.419	0.673	2.092	-1.261	4.98	39.45	25.15
6	2.0	0.966	0.498	1.444	-0.751	4.48	41.8	24.1

Таблица 2

№ п/п	Пучок	C_{Xp}	C_{xf}	C_x	Eu	Num	$\theta S1...$	$\theta S2...$
1	1.25	1.906	0.450	2.356	-1.908	8.14	46.89	34.14
2	1.38	1.402	0.371	1.773	-1.355	6.94	49.12	36.40
3	1.50	0.889	0.291	1.180	-0.779	5.74	51.36	38.84
4	1.62	1.184	0.322	1.506	-1.126	6.31	46.14	35.36
5	1.75	0.674	0.244	0.918	-0.571	5.08	51.17	38.06
6	2.0	0.462	0.194	0.656	-0.343	4.43	51.00	37.4

Таблица 3

№ п/п	Пучок	C_{Xp}	C_{xf}	C_x	Eu	Num	$\theta S1...$	$\theta S2...$
1	1.25	0,935	0,173	1,108	-0,901	8,56	59,80	47,16
2	1.38	0,685	0,142	0,827	-0,635	7,15	59,50	47,82
3	1.50	0,426	0,110	0,536	-0,363	5,99	59,38	48,60
4	1.62	0,581	0,122	0,703	-0,527	6,48	57,11	46,37
5	1.75	0,325	0,091	0,416	-0,257	5,17	58,84	47,50
6	2.0	0,224	0,072	0,296	-0,151	4,40	58,4	46,4

Таблица 4

№ п/п	Пучок	C_{xp}	C_{xf}	C_x	Eu	Num	$\theta S_1...$	$\theta S_2...$
1	1.25	0,559	0,083	0,642	-0,525	5,80	64,97	54,13
2	1.38	0,405	0,067	0,472	-0,366	7,42	64,46	54,03
3	1.50	0,242	0,051	0,293	-0,199	5,80	64,01	54,02
4	1.62	0,310	0,058	0,368	-0,298	6,60	63,45	53,32
5	1.75	0,174	0,042	0,216	-0,167	5,08	63,05	53,91
6	2.0	0,106	0,033	0,140	-0,066	4,36	62,10	53,80

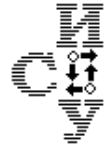
В этих таблицах параметры течения и теплообмена обозначают: S_1 , S_2 – соответственно поперечный и продольный шаг компоновки пучка; Re – характерное число Рейнольдса; C_{xp} и C_{xf} – соответственно коэффициенты сопротивления давления и трения, нормированные по скоростному напору; $C_x = C_{xp} + C_{xf}$ – суммарное сопротивление; Eu – число Эйлера; θS_1 – угол отрыва потока на поверхности трубы, отсчитываемый от задней критической точки трубы; θS_2 – угол присоединения потока к поверхности трубы, отсчитываемый от передней критической точки.

Заключение

На основе проведенного анализа использования среднемассовой температуры при численном моделировании влияния чисел Рейнольдса и Прандтля на ламинарный теплообмен предлагается проводить расчеты, используя вычисления контурных интегралов с помощью теории функций комплексного переменного. Однозначного подхода к ее вычислению не установлено. Однако в практических целях рекомендовано использовать температуру потока в минимальном проходном сечении. На основе этой температуры получены результаты численного эксперимента для мембранных пучков труб, которые могут быть использованы в практике автоматического проектирования теплообменных устройств и аппаратов, применяемых в машиностроении, котлостроении, ТЭЦ и при очистке сред обитания. Эти результаты обработаны и представлены в таблицах с использованием предложенного автором метода «среднего» Фурье.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кейс В. М. Лондон А. Л. Компактные теплообменники. – М.: Энергия, 1967.
2. Исаев С.А., Баранов П.А., Кудрявцев Н.А., Баранова Т.А. Численное моделирование влияния чисел Рейнольдса и Прандтля на ламинарный теплообмен в коридорном пакете круглых труб различной плотности // Теплофизика и аэромеханика. – 2004. – Т. 11, №1. – С. 87-106.
3. Белов И.А. Взаимодействие неравномерных потоков с преградами. – Л.: Машиностроение, 1983.
4. Введение в аэродинамику контейнерного трубопроводного транспорта / под ред. А.С. Гиневского. – М.: Наука, 1986.
5. Белов И.А., Шеленкевич В.А., Шуб Л.И. Моделирование гидромеханических процессов в технологии изготовления полупроводниковых приборов и микросхем. – Л.: Политехника, 1991.
6. Патанкар С., Лью С., Спэрроу Е. Полностью развитые течение и теплообмен в каналах с пе-



- риодическим изменением площади поперечного сечения в продольном направлении // Теплопередача. – 1977. – Т. 99, №2. – С.21-29.
7. *Коппенфельс В., Штальман Ф.* Практика конформных отображений / пер. с нем. – М.: Физматгиз, 1963.
 8. *Костенко А.В.* Численное моделирование обтекания и теплообмена в оребренных коридорных пучках труб поперечным потоком жидкости // Проблемы машиностроения и автоматизации. Междунар. журн. – 2006. – №3. – С.60-68.
 9. *Белов И.А., Кудрявцев Н.А.* Теплоотдача и сопротивление пакетов труб. – Л.: Энергоатомиздат, 1987.
 10. *Исаев С.А., Кудрявцев Н.А., Судаков А.Г.* Численное моделирование турбулентного обтекания потоком несжимаемой вязкой жидкости тел криволинейной формы при наличии подвижного экрана // ИФЖ. – 1998. – Т.71, №4. – С.618-631.
 11. *Маркушевич А.И.* Теория аналитических функций. – Изд.2. – Т.1,2. – М.: Наука, 1967.
 12. *Костенко А.В., Воротников С.М.* Элементы теории аналитических функций и операционного исчисления в задачах и примерах. – Комсомольск-на-Амуре: Изд-во- КнАГТУ.
 13. *Костенко А.В.* Построение корреляционных зависимостей с использованием рядов и комплексного преобразования Фурье в исследовании течения и теплообмена в круговых пучках труб // Проблемы машиностроения и автоматизации. Междунар. журн. – 2007. – №2. – С.103-107.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.И. Олейниковым.

УДК 519.632

© 2008 г. **Е.И. Рукавишникова**, канд. физ-мат. наук
(Вычислительный центр ДВО РАН, Хабаровск)

МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ С СИНГУЛЯРНОСТЬЮ

Данная работа посвящена построению метода конечных элементов для нахождения приближенного R_V -обобщенного решения задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка с согласованным вырождением исходных данных в точках границы двумерной выпуклой области, а также исследованию сходимости этого метода в нормах весовых пространств Соболева и Лебега.

Введение

Сингулярность решения краевой задачи для эллиптического уравнения в замкнутой области может быть вызвана тремя причинами: наличием угловых точек на границе области, сменой типа граничных условий в точках границы и вырождением исходных данных (коэффициентов уравнения, правых частей уравнения и граничных условий). Для решения двумерных краевых задач с особенностями, порожденными первыми двумя причинами, известны следующие подходы: