УДК 62-501

© 2009 г. **А.С. Девятисильный**, д-р техн. наук,
В.М. Дорожко, канд. физ.-мат. наук,
К.А. Числов
(Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток)

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ И ТЕХНОЛОГИЙ ГРАВИМЕТРИИ НА ПОДВИЖНОМ ОСНОВАНИИ[1]

На основе теоретико-механических представлений трехкомпонентного метода инерциальной навигации впервые предложена и математически корректно поставлена обратная задача и технологии оценки локальных значений напряженности гравитационного поля Земли на подвижном объекте при использовании радиальной (высотной) информации о траектории движения.
Ключевые слова: гравиметрия, инерциальная навигация, ньютонометр, гироскоп, вейвлет.

Введение

Как известно [1], решение классической задачи гравиметрии состоит в оценке локального значения напряженности гравитационного поля Земли (*GE*-поля) и ее оценки, географической привязки. Результат первой части этого процесса (оценка) достигается путем установки вертикального гравиметра на горизонтируемую платформу, второй (привязка) – вполне независим от первого.

Вместе с тем уже простое отождествление гравиметра с ньютонометром, или акселерометром [2] дает основание рассматривать систему «гравиметр-платформа» в качестве гравиинерциальной системы (ГИС/GIS). Более того, очевидная теоретико-механическая общность представлений, лежащих в основе ГИС и инерциальных навигационных систем (ИНС/INS), указывает на возможность интерпретации задачи гравиметрии как задачи метода инерциальной навигации (ИНМ/INM), причем делать это не только в ограниченной онтологии (оценка, ГИС), но и в расширенной (оценка, привязка, ГИНС), включающей понятие гравиинерциальной навигационной системы – ГИНС/GINS.

Таким образом, принципиальное отличие ГИС от ГИНС заключается в том, что если первая из них предназначена только для измерения (оценивания) значения напряженности GE-поля (при этом текущие координаты места измерения могут определяться, например, с помощью спутниковой навигационной системы типа ГЛОНАСС), то вторая – и для этих измерений, и для их географической при-

[1]Работа выполнена при частичной поддержке грантами РФФИ-ДВО №09-01-98503-р_Восток_а; ДВО РАН (№09-III-А-03-066 и №09-1-П29-02).

вязки, причем в рамках ИНМ [3].

Особо следует отметить, что указанная интерпретация весьма актуальна для задачи подвижной гравиметрии, так как в этом важном с точки зрения его продуктивности случае решения задачи соответствующая система (ГИС или ГИНС) обладает свойством баллистической невозмущенности (аналогия – маятник М. Шулера).

В настоящей работе ГИС представляется в рамках трехкомпонентного (3D) ИНМ, и ее модель в отличие от модели 2D ИНМ [4] не предусматривает каких-либо ограничений на движение объекта.

Основные модели

Как отмечалось в [3, 4], при построении модели обратной задачи, решаемой ГИС, достаточно обойтись динамической группой уравнений (ДГУ) ИНМ, имеющей вид

$$\begin{aligned} &\mathbf{Dq} = \mathbf{p}, && \mathbf{q}(0) = q_0, \\ &\mathbf{Dp} = \mathbf{G} + \mathbf{F}, && \mathbf{p}(0) = p_0, \end{aligned} \qquad (1)$$

и моделью измерений значений $|\mathbf{q}|$ (радиальная информация). В (1) используются следующие обозначения: $\mathbf{q} = (q_i)$, $\mathbf{p} = (p_i)$, $\mathbf{G} = (G_i)$, $\mathbf{F} = (F_i)$ – векторы положения, удельных импульсов (абсолютной линейной скорости), напряженности GE-поля и удельных сил негравитационной природы, $i = \overline{1,3}$; $\mathbf{D} = (D_{ij})$ – оператор абсолютного дифференцирования по времени (t), причем $D_{ij} = \delta_{ij}\dfrac{d}{dt} - e_{ikj}\omega_j$, $i, j, k = \overline{1,3}$, где δ_{ij} и e_{jkj} – символы соответственно Кронекера и Леви-Чивита; $\boldsymbol{\omega} = (\omega_i)$ – вектор абсолютной угловой скорости вращения приборного координатного правого ортогонального трехгранника (назовем его $\tilde{o}y = \tilde{o}y_1y_2y_3$), в осях которого с помощью инерциальных приборов (ньютонометров и гироскопов) измеряются компоненты векторов $\mathbf{F}$ и $\boldsymbol{\omega}$; в отношение осей трехгранника $\tilde{o}y$, физически реализуемого на борту объекта-носителя, примем, что они ориентированы по сторонам света, так что оси $\tilde{o}y_1$, $\tilde{o}y_2$ и $\tilde{o}y_3$ направлены соответственно на географические восток, север и по радиус-вектору $\mathbf{q}$; заметим также, что решение обратной задачи, в которую погружается задача гравиметрии, выполняется в осях трехгранника $oy = oy_1y_2y_3$, с началом (o) в центре Земли и осями, коллинеарными соответствующим осям приборного трехгранника $\tilde{o}y$.

Далее, следуя апробированной методике [3, 4], формируется обратная задача в малом, формально представляемая в виде «состояние-измерение», а именно:

$$\begin{aligned} &D_{ij}\delta q_j = \delta p_i - e_{ikj}v_k q_j, && \delta q_i(0) = \delta q_{i,0}, \\ &D_{ij}\delta p_j = \delta G_i + f_i - e_{ikj}v_k p_j, && \delta p_i(0) = \delta p_{i,0}, \\ &\dot{g} = -\lambda_t g + \sqrt{2\lambda_t}\sigma_t u_g, && g(0) = g_0, \\ &\dot{f}_3 = -\lambda_{f_3} f_3 + \sqrt{2\lambda_{f_3}}\sigma_{f_3} u_{f_3}, && f_3(0) = f_{3,0}, \\ &\delta J = \delta q_3 + \varepsilon, && i, j, k = \overline{1,3}, \end{aligned} \qquad (2)$$

где δ – символ первой вариации; $\delta G = (\delta G_i) = \omega_0^2 \delta q + g + 3\omega_0^2 q_0 \varepsilon$; $\omega_0 = (\mu / |\mathbf{q}|^3)^{1/2}$ – частота Шулера; μ – гравитационный параметр Земли; $q_0=(0,0,1)^{\mathrm{T}}$; $\widetilde{g} = (0,0,g)^{\mathrm{T}}$ – модель аномалии напряженности GE-поля; $v = (v_i)$; $f = (f_i)$; ε – инструментальные погрешности соответственно гироскопов, ньютонометров и измерения значения $|\mathbf{q}|$, причем $v_i : N(0,\sigma_v^2), i=\overline{1,3}$; $f_i : N(0,\sigma_f^2)$, $i=\overline{1,2}$; $\varepsilon : N(0,\sigma_\varepsilon^2) \cdot N(A,B)$ – нормальный белый шум со средним A и интенсивностью B); $u = (u_i)$ – порождающий процессы $g(t)$ и $f_3(t)$ белый шум; $u_i : N(0,1)$, $i = g, f_3$; $(\lambda_{f_3}, \sigma_{f_3})$ и (λ_t, σ_t) – параметры сноса и диффузии случайных марковских процессов первого порядка $f_3(t)$ и $g(t)$; отличие процесса f_3 от процессов f_1 и f_2 обусловлено тем, что в ГИС в качестве третьего ньютонометра применяется гравиметр; временной процесс $g(t)$ порождается при движении объекта пространственным процессом $g(s)$ с параметрами (λ_s, y_s), так что $\lambda_t = \lambda_s$v, $\sigma_t = \sigma_s$; v – относительная (к поверхности Земли) скорость объекта.

Из (2) с очевидностью следует, что разрешимость поставленной обратной задачи находится в прямой зависимости от соотношения между параметрами сноса λ_t и λ_f; действительно, при $\lambda_t = \lambda_f$ задача неразрешима. Для практической гравиметрии это означает, что при движении объекта со скоростью v не может наблюдаться процесс $g(s)$ со значением параметра $\lambda_s = \lambda_f$/v и для наблюдения такого процесса необходима реализация других значений λ_f и/или v.

Вычислительные эксперименты

Достаточно полное исследование модели было выполнено в ходе вычислительных экспериментов. В частности, в рамках МНК-представлений были вычислены и сравнены сингулярные числа обусловленности (μ) конечномерных операторов модели (1) 3D-ИНМ в ее базовом варианте с вектором состояния x=$(\partial q_1,\partial p_1,\partial q_2,\partial p_2,\partial q_3,\partial p_3)^T$ и аналогичной модели 2D-ИНМ [3, 4] в базовом варианте с x = $(\partial q_1,\partial p_1,\partial q_2,\partial p_2)^T$. В физических переменных эти числа оцениваются соответственно значениями $\mu_3 \sim 3\cdot 10^7$ и $\mu_2 \sim 5\cdot 10^5$, а в нормированных (при постолбцовой нормировке операторов) – $\mu_3 \sim 2\cdot 10^3$ и $\mu_2 \sim 2$. Из этих предварительных результатов следует, что хотя модель 3D-ИНМ несколько хуже обусловлена, чем модель 2D-ИНМ, она формально разрешима в используемой вычислительной среде со стандартной относительной точностью вычислений $\varepsilon_1 \sim 10^{-16}$.

Принимая во внимание, что модель (2) наиболее адаптирована для решения рассматриваемой задачи методом динамического обращения (МДО/DIM) [5], далее приводим результаты некоторых вычислительных имитационных экспериментов, в которых МДО реализован в форме алгоритма Калмана [6].

Первый из этих экспериментов соответствует случаю, когда реальный процесс и представления о нем адекватны и, таким образом, алгоритм Калмана оптимален. На рис. 1, 2 приведены графики погрешностей решения обратной задачи для следующих значений параметров модели (2): $\delta q_i(0)$ = 50м, $\delta p_i(0)$ = 0.05м/с; $\forall i = \overline{1,3}$; $g(0)$=10^{-3}м/с; $f_3(0)$=10^{-5}м/с^2; $\sigma_{f_1} = \sigma_{f_2} = 10^{-3}$ м/с^2; $\sigma_{f_3} = 10^{-6}$ м/с^2 ;

$\lambda_{f_3} = 0.025\text{с}^{-1}$, $\lambda_s = 10^{-5}\text{м}^{-1}$; σ_s = 10^{-3}м/с; σ_ε = 1м; v = 50м/с. На этих рисунках $\psi_1 = -\Delta q_2/|\mathbf{q}|$, $\psi_2 = q_1/|\mathbf{q}|$ – погрешности оценивания углов горизонтирования приборной платформы; Δq_i, $i = \overline{1,2}$ – погрешности оценивания координат q_1 и q_2; Δg – погрешность оценки g.

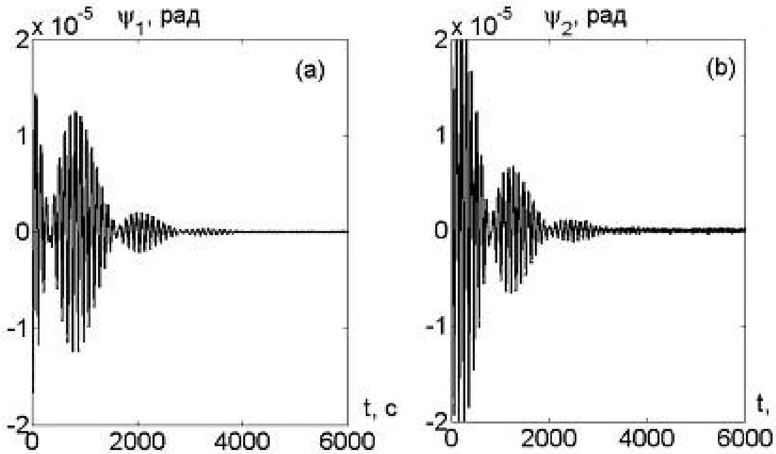

Рис.1. Эволюция значений a) ψ_1 и b) ψ_2.

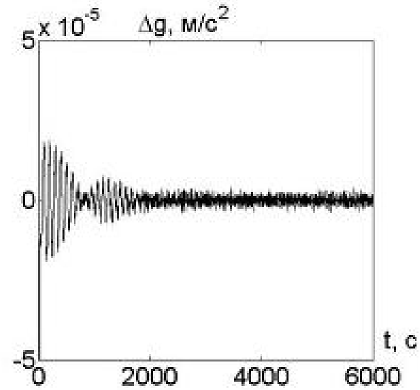

Рис.2. Эволюция значения Δg.

В следующих далее экспериментах предполагается, что суждение о процессе, на основе которого строится алгоритм Калмана, сохраняется то же, что и выше (т.е. (2)), в то время как на интервале наблюдения [0, T] генерируется «реальный» процесс $g(t)$, представленный на рис. 3 и 4.

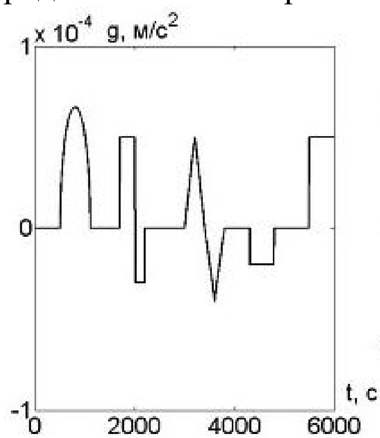

Рис.3. Разрывная функция $g(t)$.

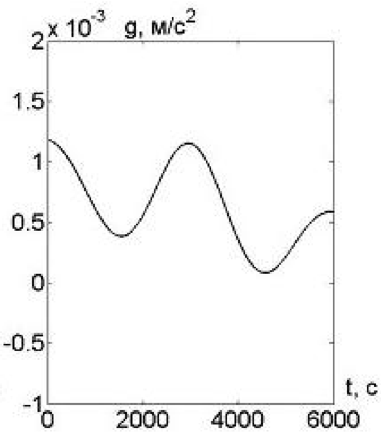

Рис.4. Гладкая функция $g(t)$.

Соответствующие результаты работы алгоритма динамического обращения приведены на рис. 5, 6. Как показали вычислительные эксперименты (и это хорошо иллюстрируют рис. 5 и 6), алгоритм динамического обращения даже при весьма высокой точности всех измерений дает зашумленную оценку $\hat{g}(t)$ (или $\hat{g}(s)$) аномалии напряженности GE-поля, что является значительным препятствием для его использования в прикладных задачах. В этой связи представляется целесообразным использовать концепцию и технологии апостериорной обработки результатов динамического обращения.

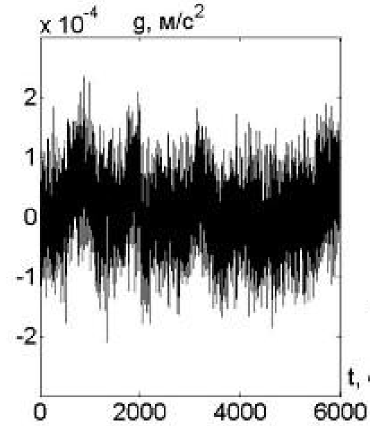

Рис. 5. Оценка ($\hat{g}(t)$) разрывной функции $g(t)$.

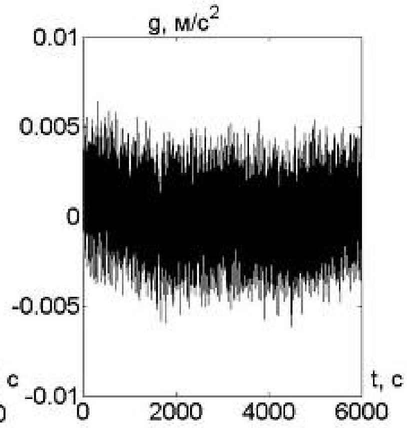

Рис.6. Оценка ($\hat{g}(t)$) гладкой функции $g(t)$.

Обозначим через $\mathrm{z} = (z_i) = (\hat{g}(t_i))$ N-мерный вектор значений функции $\hat{g}(t),\ t \in [0, T]$ при $t = i\Delta t,\ i = \overline{0, N-1},\ \Delta t = const \forall i,\ T = (N-1)\Delta t.$

Идея «очищения» вектора **z** от шумов состоит в некотором, вообще говоря, нелинейном преобразовании его в вектор $\tilde{\mathbf{z}}$, т.е. $\tilde{\mathbf{z}} = P(\mathbf{z})$, где P – оператор преобразования. В настоящей работе такое преобразование конструируется на основе пирамидального алгоритма Малло [7], реализуемого на основе ортогональных вейвлетов Добеши (‘db10’) – для функции $\hat{g}(t)$ на рис. 3 и Койфлета (‘coif4’) – для функции $\hat{g}(t)$ на рис. 4 ([8]), а также целевой функции $\Phi = \left| (\mathbf{z} - \tilde{\mathbf{z}})^{\mathbf{T}} \tilde{\mathbf{z}} \big/ \|\mathbf{z}\text{-}\tilde{\mathbf{z}}\|_E \|\mathbf{z}\|_E \right| = |\cos\varphi|$, интерпретирующей оператор P как проектор и впервые предложенной в этом качестве в [9].

Суть апостериорной обработки вектора **z** состоит в его субчастотном разложении (на K = 1 + [$\lg_2 N$] уровнях) на аппроксимирующие («низкочастотные» или L-) и детализирующие («высокочастотные» или H-) составляющие, пороговым («от нуля») ограничении последних и реконструкции вектора $\hat{\mathrm{z}}$ в процессе реализации правила выбора $\tilde{\mathbf{z}} : \min\limits_{n,\mathbf{p}} \Phi(\mathbf{z}, \tilde{\mathbf{z}})$, где n – индекс уровня разложения, $1 \le n \le K$; **p** – вектор значений порогов, размерность которого равна числу не большее числа H-составляющих до n-го уровня разложения включительно; начальные значения компонент вектора **p** выбираются равными максимальным исходным значениям H-составляющих.

На рис. 7, 8 представлены результирующие оценки ($\tilde{g}(t)$) функции $g(t)$, полученные в соответствии с изложенной технологией апостериорной обработки данных калмановской фильтрации ($\tilde{\sigma}$ – среднеквадратические значения погрешностей оценок). Оценка функции для рис. 3 представлена на рис. 7, где $\tilde{\sigma} = 4.3 \cdot 10^{-6}$ м/с^2; Ф = 9.9·10^{-4}; $\varphi = 89.943^\circ$; n = 6. Оценка функции для рис. 4 показана на рис. 8, где $\widetilde{\sigma} = 9.9 \cdot 10^{-6}$ м/с^2; $\Phi = 0.52 \cdot 10^{-5}$, $\varphi = 90.0003^{\circ}$, $n = 5$.

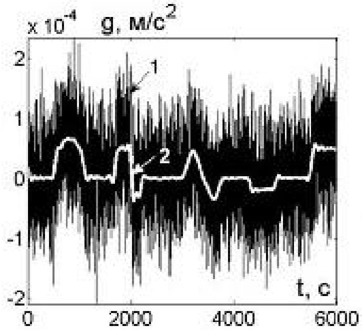

Рис. 7. Оценка функции на рис. 3.

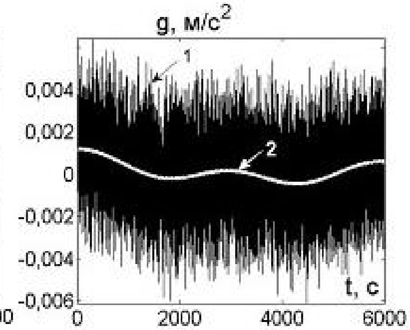

Рис.8. Оценка функции на рис. 4.

Заключение

Суть предложенного исследования формулируется следующим образом: на основе теоретико-механических представлений трехкомпонентного метода инерциальной навигации впервые выдвинута и математически корректно поставлена обратная задача для оценки локальных значений напряженности гравитационного поля Земли на подвижном объекте при использовании радиальной (высотной) информации о траектории движения. По итогам численного моделирования решения задачи методом динамического обращения с реализацией алгоритма фильтрации калмановского типа предложена показавшая высокую эффективность апостериорная обработка полученных данных, базирующаяся на использовании вейвлет-преобразований с целевой функцией, интерпретирующей проекционное свойство алгоритма апостериорного анализа.

Основной результат –новая модель гравиинерциальной системы на базе трехкомпонентного метода инерциальной навигации и вейвлет-технологий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гравиразведка: Справочник геофизика / под ред. Е.А. Мудрецовой. – М.: Недра, 1981.
2. *Ишлинский А.Ю.* Классическая механика и силы инерции. – М.: Наука, 1987.
3. *Девятисильный А.С., Числов К.А.* Корректируемая гравиинерциальная навигационная система // Авиакосмическое приборостроение. – 2008. –№9. – С.10-13.
4. *Девятисильный А.С.* Гравиметрия на основе метода инерциальной навигации // Измерительная техника. – 2006. – №2 – С.7.
5. *Осипов Ю.С., Кряжемский А.В.* Задачи динамического обращения // Вестник РАН. – 2006. – Т.76. – С.615-624.
6. *Калман Р., Фалб П., Арбиб М.* Очерки по математической теории систем. – М.: Мир, 1971.
7. *Mallat S.G.* A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation // IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 1989. – Vol.11, N 7. – P.674-693.
8. *Daubechies I.* Ten lectures on wavelets. // CBMS-NFS conference series in applied mathematics. – SIAMED, 1992.
9. *Девятисильный А.С., Прудкогляд Н.А.* Моделирование астроинерциальной системы в условиях стохастической неопределенности // Авиакосмическое приборостроение. – 2007. – №11. – С.39.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Ю.Н. Кульчиным.

E-mail:
Девятисильный А.С. – devyatis@iacp.dvo.ru.