

УДК 519.635.6

© 2009 г. С.О. Романский

(Дальневосточный государственный университет путей сообщений, Хабаровск)

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ КРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА ДИНАМИКИ АТМОСФЕРЫ

Разработан метод решения системы дифференциальных уравнений термодинамики атмосферы для краткосрочного прогноза мезомасштабных процессов. Построены конечно-разностные схемы для решения системы уравнений. Создан программный комплекс, который позволяет прогнозировать поля давления, температуры и ветра в атмосфере на 18 часов вперед.

Ключевые слова: моделирование процессов в атмосфере, краткосрочный прогноз погоды, гиперболические дифференциальные уравнения.

Введение

Прогноз погоды представляет собой одну из наиболее сложных проблем науки. Важнейшим направлением является краткосрочный прогноз погоды. Необходимость повышения качества краткосрочного прогноза стимулирует развитие исследований в различных направлениях. В частности, использование численных схем для решения моделей динамики атмосферы. Особенно важным становится повышение аппроксимации по геометрическим переменным, уменьшение шага сетки и учет мезометеорологических эффектов. В первую очередь включение в модель орографии и подсеточных процессов (таких, например, как радиационный баланс, турбулентность).

Но включение таких факторов в модель создает проблему для создания эффективного численного алгоритма. Соответственно требуется сведение сложных задач прогноза погоды к последовательности простых.

Одним из таких способов является применение метода расщепления. Этот метод предполагает обязательную аппроксимацию дифференциального уравнения либо на каждом дробном шаге (метод переменных направлений), либо на первом дробном шаге, с последующей корректировкой устойчивости (метод стабилизирующей поправки).

В настоящей работе использована идея аппроксимации многомерной задачи последовательностью разностных схем относительно простой структуры. Причем эта группа схем рассматривается как единая разностная схема [1].

Постановка задачи

Рассмотрим модель динамики атмосферы, предложенную в работе [2], которая состоит из уравнений, записанных в σ -системе координат, в частности:

двух уравнений, описывающих движение

$$U_t + muU_x + m\nu U_y + \sigma^* U_\sigma = \phi_\sigma p_x - \phi_x p_\sigma + F_u, \quad (1)$$

$$V_t + m\nu V_x + m\upsilon V_y + \sigma^* V_\sigma = \phi_\sigma p_y - \phi_y p_\sigma + F_\nu; \quad (2)$$

уравнения для поля потенциальной температуры

$$\Theta_t + m^2 u \Theta_x + m^2 \nu \Theta_y + m \sigma^* \Theta_\sigma = F_\theta; \quad (3)$$

уравнения для поля геопотенциала

$$\phi_t + \frac{1}{p^*} (m^2 u \phi_x + m^2 \nu \phi_y + m \sigma^* \phi_x - g \Omega) = 0; \quad (4)$$

уравнения неразрывности

$$mU_x + mV_y + \Omega_\sigma = 0; \quad (5)$$

диагностические уравнения для поля плотности

$$p^* = -\phi_\sigma \rho; \quad (6)$$

диагностические уравнения для поля давления

$$p = p_0 \left(\frac{R\theta}{p_0 \rho} \right)^{1.4}; \quad (7)$$

диагностические уравнения для поля температуры (8):

$$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{0.2858}, \quad (8)$$

где $p^* = (p_{\text{top}} - p_s)$ – толщина атмосферы в Па; $\sigma = (p_h - p_{\text{top}})/p^*$ – вертикальная координата; m – масштабный множитель при переходе к стереографической проекции от сферической; $p_0 = 10^5$ Па; $g = 9,8$ м/с²; $R = 287$ Дж/(кг·К); σ^* – аналог вертикальной скорости ветра w в Ω -системе координат, вычисляемый по формуле

$$\sigma^* = \frac{D\sigma}{Dt} = -\frac{pg}{\omega} - \frac{\sigma}{p^*} (up_x^* - \nu p_y^*), \quad (9)$$

$$U = \frac{p^* u}{m}, V = \frac{p^* \nu}{m}, \Theta = \frac{p^* \theta}{m}, \Omega = \frac{p^* \sigma^*}{m}. \quad (10)$$

Неизвестными в системе (1) – (8) являются следующие поля: скорости ветра $P(x, y, \sigma, t) = (u, \nu, \sigma^*)$; плотности $\rho(x, y, \sigma, t)$; давления $p(x, y, \sigma, t)$; температуры $T(x, y, \sigma, t)$; геопотенциала $\Phi(x, y, \sigma, t)$; потенциальной температуры $\theta(x, y, \sigma, t)$.

Члены правой части уравнений (1) – (3) записываются в различной форме, исходя из того, какие процессы рассматриваются. К примеру, при учете только силы Кориолиса член F_u для уравнения (1) предстанет в виде:

$$F_u = (2\Omega_e \sin \xi + um_y - \nu m_x) \mathcal{V}, \quad (11)$$

где Ω_e – скорость вращения Земли вокруг своей оси; ξ – широта точки.

Для системы (1) – (8) ставятся следующие начальные и граничные условия:

начальные условия

$$u(x, y, \sigma, t)|_{t=0} = u_0(x, y, \sigma), \quad v(x, y, \sigma, t)|_{t=0} = v_0(x, y, \sigma), \quad (12)$$

$$\phi(x, y, \sigma, t)|_{t=0} = \phi_0(x, y, \sigma), \quad p(x, y, \sigma, t)|_{t=0} = p_0(x, y, \sigma), \quad (13)$$

$$T(x, y, \sigma, t)|_{t=0} = T_0(x, y, \sigma); \quad (14)$$

граничные условия на боковых гранях области расчета

$$u(x, y, \sigma, t)|_{x=0} = \varepsilon_1(y, \sigma, t), \quad u(x, y, \sigma, t)|_{x=X} = \varepsilon_2(y, \sigma, t), \quad (15)$$

$$u(x, y, \sigma, t)|_{y=0} = \varepsilon_3(x, \sigma, t), \quad u(x, y, \sigma, t)|_{y=Y} = \varepsilon_4(x, \sigma, t), \quad (16)$$

$$v(x, y, \sigma, t)|_{x=0} = v_1(y, \sigma, t), \quad v(x, y, \sigma, t)|_{x=X} = v_2(y, \sigma, t), \quad (17)$$

$$v(x, y, \sigma, t)|_{y=0} = v_3(x, \sigma, t), \quad v(x, y, \sigma, t)|_{y=Y} = v_4(x, \sigma, t), \quad (18)$$

$$\phi(x, y, \sigma, t)|_{x=0} = \eta_1(y, \sigma, t), \quad \phi(x, y, \sigma, t)|_{x=X} = \eta_2(y, \sigma, t), \quad (19)$$

$$\phi(x, y, \sigma, t)|_{y=0} = \eta_3(x, \sigma, t), \quad \phi(x, y, \sigma, t)|_{y=Y} = \eta_4(x, \sigma, t); \quad (20)$$

граничные условия на верхней и нижней гранях

$$u(x, y, \sigma, t)|_{\sigma=1} \equiv 0, \quad v(x, y, \sigma, t)|_{\sigma=1} \equiv 0, \quad \sigma^*(x, y, \sigma, t)|_{\sigma=0.05} \equiv 0, \quad (21)$$

$$\phi(x, y, \sigma, t)|_{\sigma=1} = \Gamma(x, y) \cdot g, \quad \phi(x, y, \sigma, t)|_{\sigma=0.05} = \eta_5(x, y, t), \quad (22)$$

где $\Gamma(x, y)$ – функция рельефа. Модель в явной форме учитывает орографию.

Решение задачи

Проведем расщепление системы уравнений (1) – (8) на простейшие. Для этой системы основными факторами [3], определяющими эволюцию полей, являются перенос метеорологических субстанций по траекториям частиц воздуха и адаптация полей метеорологических элементов. Рассмотрим элементарный интервал времени τ . За этот интервал времени метеорологические субстанции u , v , w , ϕ , зафиксированные в начальный момент по отношению к этому интервалу, со скоростью P переместятся вдоль траекторий – так, что начальный вектор положения частиц s_0 изменится на $s = s_0 + P\tau$. Соответственно при этом метеорологические поля изменятся, что нарушит динамическое согласование полей, описываемое системой (1) – (8). Можно предположить, что указанное согласование будет достигнуто, если на этом же интервале решить уравнение адаптации, взяв в качестве начального состояния полей метеоэлементов поля, полученные после перемещения их вдоль траекторий. При этом считается, что адвективные члены в уравнениях (1) – (4) отсутствуют, поскольку перемещение полей уже учтено на первом этапе. При реализации второго этапа произойдет согласование полей после перемещения их вдоль траекторий. Механизмом, допускающим такое согласование, являются волновые процессы, асимптотически переходящие в гравитационные и звуковые волны в предельных случаях простейших моделей динамики атмосферы.

Тогда решение задачи (1) – (8) с условиями (12) – (22) будет осуществляться в два этапа на интервале времени (t_r, t_{r+1}) [4] на сетке “С” Аракавы [5] (рис. 1), расчетная область Π представляет собой параллелепипед:

$$\Pi = [0...(N-1)dh, 0...(M-1)dh, 0.05...1] \quad (23)$$

где dh – шаг по осям x, y ; $d\sigma_k$ – шаг по оси σ , $dt = (t_{r+1} - t_r)$ – шаг по времени; i, j, k, r – соответствующие индексы по осям x, y, σ, t ; $X = (N-1)dh$; $Y = (M-1)dh$. Решение будет отыскиваться в классе непрерывных функций.

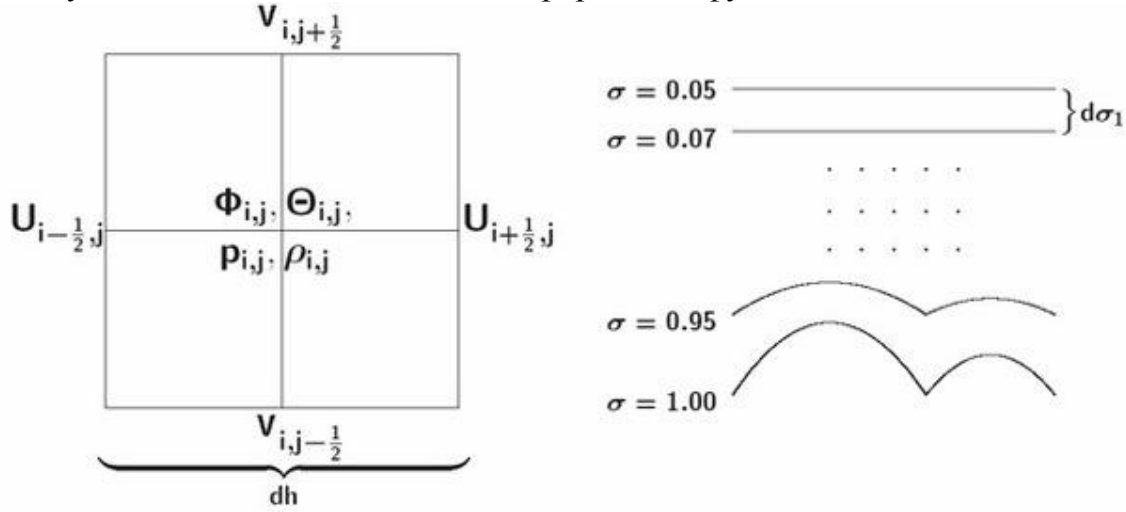


Рис. 1. Сетка "С" Аракавы и вертикальная структура модели.

На первом этапе, интервал времени $(t_r, t_{r+1/2})$, будем решать задачу переноса метеорологических субстанций вдоль траектории частиц воздуха. Все уравнения этого этапа можно представить в виде:

$$\mu_t + m(u\mu_x + v\mu_y) + \dot{\sigma}\mu_\sigma = 0, \quad \mu = [U, V], \quad (24)$$

$$\Theta_t + m^2(u\Theta_x + v\Theta_y) + m\dot{\sigma}\Theta_\sigma = 0, \quad (25)$$

$$\phi_t + \frac{1}{p^*} [m^2(u\phi_x + v\phi_y) + m\dot{\sigma}\phi_\sigma] = 0, \quad (26)$$

$$mU_x + mV_y + \Omega_\sigma = 0. \quad (27)$$

На втором этапе, интервал времени $(t_{r+1/2}, t_{r+1})$, решается задача согласования полей метеоэлементов:

$$\mu_t - \phi_\sigma p_\eta + \phi_\eta p_\sigma = F_\mu, \quad \eta = [x, y], \quad (28)$$

$$\Theta_t = F_\Theta, \quad (29)$$

$$mU_x + mV_y + \Omega_\sigma = 0, \quad (30)$$

$$\phi_t = \frac{g\Omega}{p^*}. \quad (31)$$

Затем используются диагностические соотношения (7), (8) для вычисления поля температуры и плотности.

Если для разрешения уравнений (24) – (26) применяется метод дробных шагов, то на каждом интервале $(t_r, t_{r+1/6})$ решается уравнение вида

$$\pi_t + \zeta\pi_f = 0, \quad (32)$$

где π – любое из неизвестных полей уравнений (1) – (4); $\zeta = u, v, \sigma^*$; $f = x, y, \sigma$.

Построим схему для уравнения (32), имеющую второй порядок точности по времени и пространству. Аппроксимирует уравнение (32) разностным аналогом

второго порядка точности по f и первого порядка точности по t :

$$\frac{dt\zeta_i}{2dh} \pi_{i+1}^{r+\frac{1}{2}} + \pi_i^{r+\frac{1}{2}} - \frac{dt\zeta_i}{2dh} \pi_{i-1}^{r+\frac{1}{2}} = \pi_i^r. \quad (33)$$

Для того чтобы повысить точность расчета по времени, на втором полушаге используем корректор:

$$\pi_i^{r+1} = \pi_i^r - \frac{dt\zeta_i}{dh} \pi_i^{r+\frac{1}{2}}. \quad (34)$$

Таким образом, для уравнения (32) построена комбинация схем (33), (34) доставляющая второй порядок точности по времени и пространству. Схема (33) разрешается методом прогонки [6], и она устойчива при выполнении неравенства:

$$\left| \frac{dt\zeta_i}{dh} \right| \leq 1. \quad (35)$$

Если обобщить схемы (33), (34) для трех пространственных переменных, то получим систему схем, разрешающих уравнения (24) – (27):

$$\frac{\varphi_c}{2} \mu_{c+1}^{r+\frac{1}{2}} + \mu_c^{r+\frac{1}{2}} - \frac{\varphi_c}{2} \mu_{c-1}^{r+\frac{1}{2}} = \mu_c^{r+\frac{l-1}{2}}, \quad l=1,3,5, \quad (36)$$

$$\mu_c^{r+\frac{1}{2}} = \mu_c^{r+\frac{1-2}{2}} - \varphi_c \left(\mu_{c+1}^{r+\frac{1-1}{2}} - \mu_{c-1}^{r+\frac{1-1}{2}} \right), \quad l=2,4,6, \quad (37)$$

где $c = i, j, k$; $\tau = dt/12$.

$$\varphi_i = \frac{\tau m v_i}{dh}, \quad \varphi_j = \frac{\tau m v_j}{dh}, \quad \varphi_k = \frac{\tau \sigma^*}{d\sigma_k^*}, \quad \varphi_{\theta_c} = m\varphi_c, \varphi_{\phi_c} = \frac{m\varphi_c}{p^*}. \quad (38)$$

На этапе согласования полей используем явную схему, тогда уравнения (28) – (31) будут аппроксимированы разностными уравнениями:

$$\begin{aligned} \mu_c^{r+1} = & \mu_c^{-r+\frac{1}{2}} \frac{dt}{4dh} \left(u_c^{r+\frac{1}{2}} (m_{i+1} - m_{i-1}) + v_c^{r+\frac{1}{2}} (m_{j+1} - m_{j-1}) \right) + \\ & + \frac{dt}{4dh d\sigma_{k+\frac{1}{2}}} \left(\left(\phi_{k+1}^{r+\frac{1}{2}} - \phi_{k-1}^{r+\frac{1}{2}} \right) \left(p_{c+1}^{r+\frac{1}{2}} - p_{c-1}^{r+\frac{1}{2}} \right) + \right. \end{aligned} \quad (39)$$

$$\left. - \left(p_{k+1}^{r+\frac{1}{2}} - p_{k-1}^{r+\frac{1}{2}} \right) \left(\phi_{c+1}^{r+\frac{1}{2}} - \phi_{c-1}^{r+\frac{1}{2}} \right) \right) + dt \mu_c^{-r+\frac{1}{2}} \Omega_e \sin \xi + \mu_c^{r+\frac{1}{2}},$$

$$\Theta^{r+1} = \frac{dt F_{\Theta}}{2} + \Theta^{r+\frac{1}{2}}, \quad (40)$$

$$\Omega_{k+1}^{r+1} = \Omega_{k-1}^{r+1} + \frac{md\sigma_{k+\frac{1}{2}}}{dh} \left(U_{i+1}^{r+1} - U_{i-1}^{r+1} + V_{i+1}^{r+1} - V_{i-1}^{r+1} \right), \quad (41)$$

$$\phi^{r+1} = \frac{gdt\Omega^{r+1}}{2p^*} + \phi^{r+\frac{1}{2}}. \quad (42)$$

Устойчивость 2-го этапа обеспечивается выполнением критерия Куранта:

$$\frac{|u| + |v|}{h} \tau \leq \frac{1}{2}. \quad (43)$$

Результаты

Описанная выше модель (1) – (8) с условиями (12) – (22) рассчитывалась по территории (50.259°с.ш.; 136.615°в.д.)х(47.304°с.ш.; 144.496°в.д.). Она представляет собой квадрат со стороной 500 км. Шаг по пространству составлял $dh = 5000$ м, шаг по времени $dt = 12$ с. Расчетное время модели составляет 18 час. Модель запускалась на ПК типа Pentium 4, время работы составило около 8 мин. Ниже приведены начальные данные и прогнозы полей приземного давления и модуля скорости ветра на сроки 6час., 12час., 18час. модельного времени.

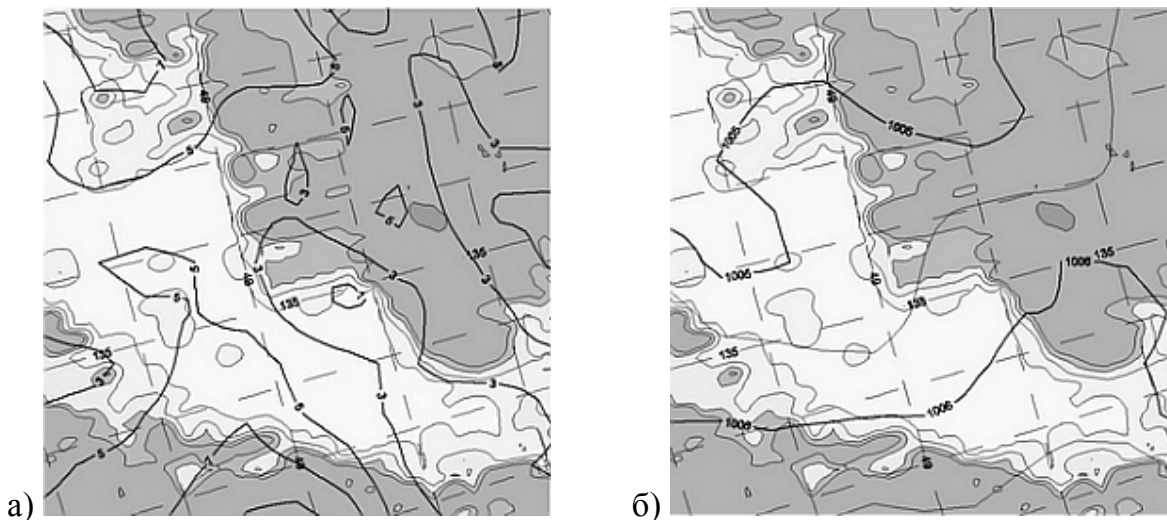


Рис. 2. Начальные данные, модельное время 00 час.:
(а) – модуль скорости ветра, м/с²; (б) – приземное давление, гПа.

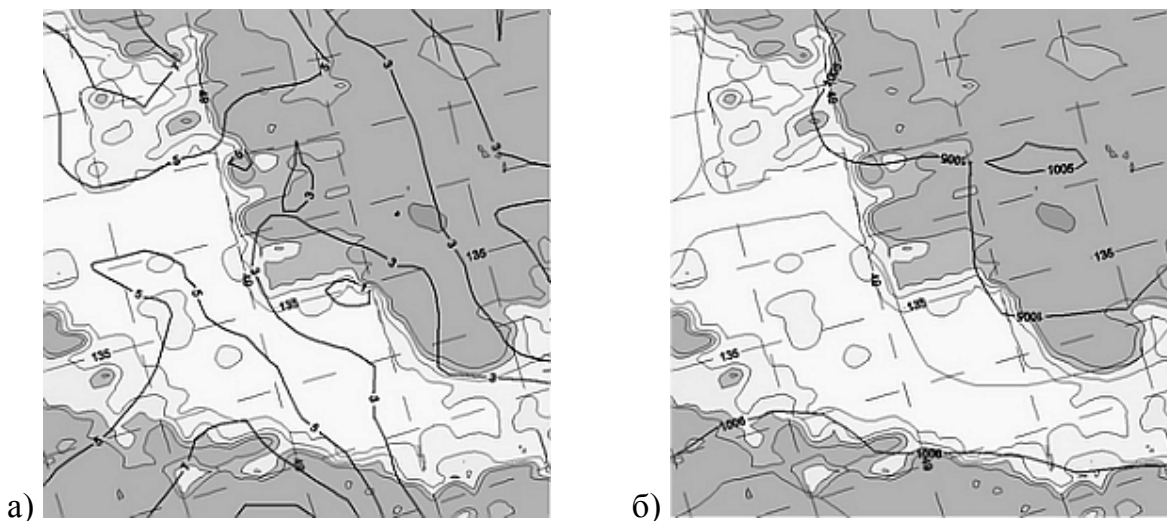


Рис. 3. Прогноз, модельное время 06 час.:
(а) – модуль скорости ветра, м/с²; (б) – приземное давление, гПа.

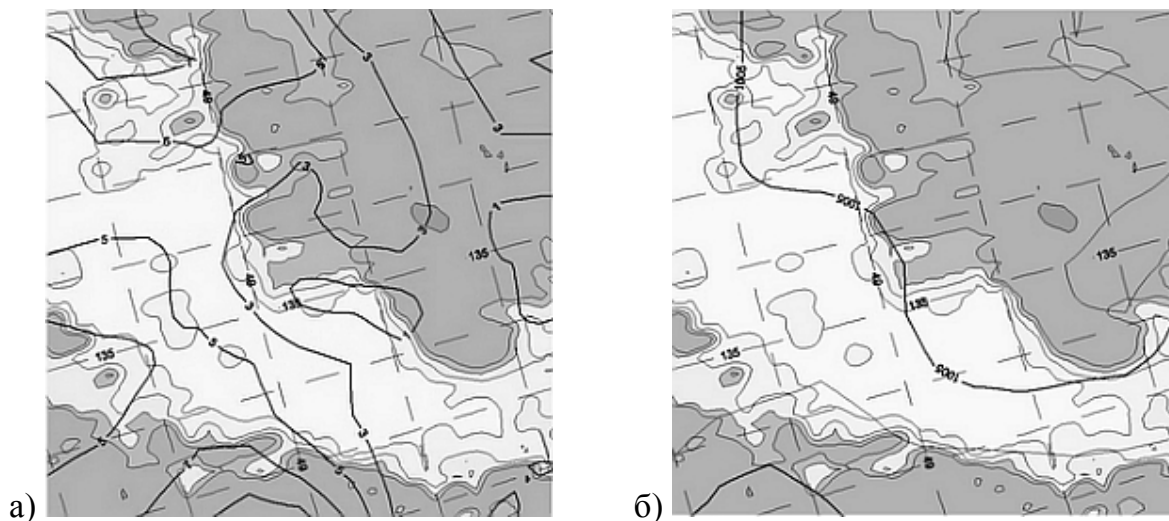


Рис. 4. Прогноз, модельное время 12 час.:
 (а) – модуль скорости ветра, м/с²; (б) – приземное давление, гПа.

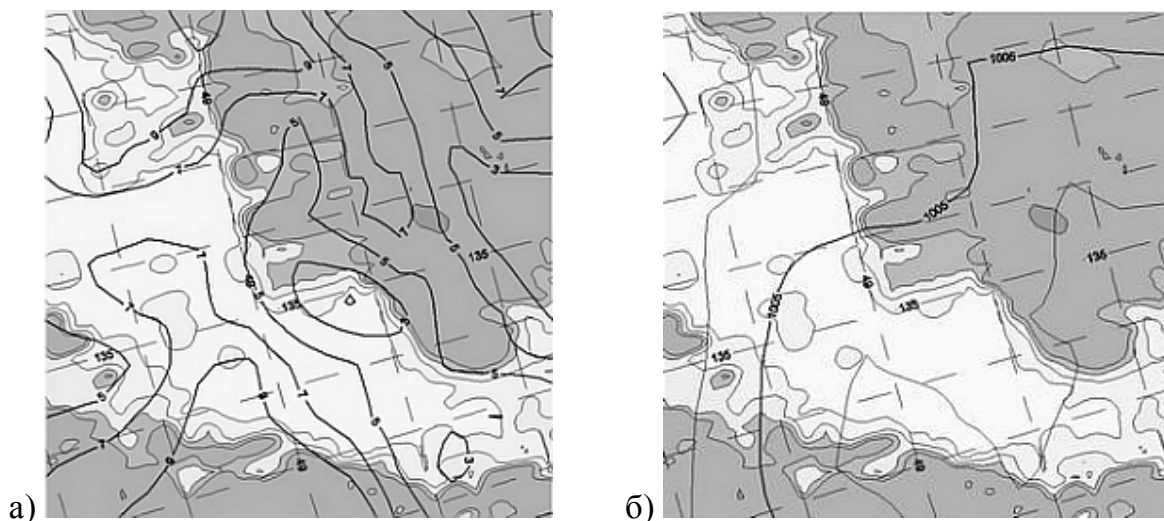


Рис. 5. Прогноз, модельное время 18 час.:
 (а) – модуль скорости ветра, м/с²; (б) – приземное давление, гПа.

В качестве начальных и граничных данных используются поля в коде GRIB НМЦ Экзетер, которые интерполируются в область расчета на стандартные изобарические поверхности 100 гПа – 1000 гПа. Затем эти данные интерполируются на σ -уровни с помощью кубических сплайнов.

Заключение

Исследования на основе компьютерного моделирования показывают, что рассмотренная модель может применяться для прогноза таких характеристик атмосферы как температура, давление и компоненты скорости ветра. В отличие от других эта модель позволяет вычислять поля метеозлементов без представления их в виде суммы фонового значения и возмущения [7], но при этом она не лишена и недостатков: из-за роста ошибки невозможно делать прогноз более чем на 24 часа, что частично можно устранить добавлением дополнительных членов в уравнения; из-за использования явных схем на втором этапе расчета имеет место

малый шаг по времени, который можно увеличить за счет применения неявных разностных схем, но в этом случае на каждом шаге придется решать кубическую СЛАУ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. – Новосибирск: Наука, 1967.
2. Laprise R. The Euler Equations of Motion with Hydrostatic Pressure as an Independent Variable // Monthly Weather Review. – 1992. – Vol. 120. – P.197-207.
3. Марчук Г.И., Дымников В.П., Залесный В.Б. Математические модели в геофизической гидродинамике и численные методы их реализации. – Л.: Гидрометиздат, 1987.
4. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – Л.: Гидрометиздат, 1987.
5. Аракава К., Мезингер А. Численные методы в атмосферных моделях. – Л.: Гидрометеиздат, 1979.
6. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. – М.: Наука, 1978.
7. Гутман Л.Н. Введение в нелинейную теорию мезометеорологических процессов. – Л.: Гидрометеиздат, 1969.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.Е. Дынькиным.

E-mail:

Романский С.О. – khvstaswork@gmail.com.

Институт автоматизации и процессов управления Дальневосточного отделения РАН с 29 сентября по 05 октября 2009 года проводит **научную конференцию «Успехи механики сплошных сред»**, приуроченную к **70-летию академика В.А. Левина**. Тематика конференции предполагает обсуждение актуальных проблем различных разделов механики сплошных сред, а также их приложений. Для участия в конференции приглашаются все желающие. Отбор докладов будет произведен Программным комитетом на основе тезисов. Желающим принять участие в работе конференции необходимо **до 1 июня 2009 года** зарегистрироваться на сайте конференции <http://www.iacp.dvo.ru/pcm2009/> и прислать на электронный адрес оргкомитета conf_pcm@iacp.dvo.ru тезисы доклада.

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

Буренин А.А., чл.-корр. РАН – председатель
Луценко Н.А., к.ф.-м.н. – зам. председателя
Герасименко Е.А., к.ф.-м.н. – ученый секретарь
Дудко О.В., к.ф.-м.н.
Иванова Ю.Е., к.ф.-м.н.
Катуева Я.В., к.т.н.
Манцыбора А.А., к.ф.-м.н.
Мурашкин Е.В., к.ф.-м.н.
Полоник М.В., к.ф.-м.н.

ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ

Газовая динамика
Гидродинамика
Механика деформируемого твердого тела
Механика многокомпонентных сред
Вычислительная механика

690041, Россия, Приморский край, г. Владивосток, ул. Радио, 5 ИАПУ ДВО РАН.