Измерительная техника
2009. №3(21)

УДК 53.089.4

© 2009 г. **Е.В. Закасовская,** канд. физ.-мат. наук,
Ю.Н. Кульчин, д-р физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН
(Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток)

НЕРАВНОМЕРНЫЕ СХЕМЫ УКЛАДКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Рассмотрена задача восстановления функций физических полей для распределенных волоконно-оптических измерительных систем (РВОИС). Представлен подход, использующий максимально обобщенные теоремы дискретизации. Разработан метод аппроксимации функции проекции для нерегулярной схемы укладки измерительных линий РВОИС. Приведен сравнительный анализ с методами восстановления на основе RBFNN, ART, FBP.

Ключевые слова: распределенные волоконно-оптические измерительные системы, схемы укладки измерительных линий, параллельно-лучевая томография, нейронные сети.

Введение

Решение задачи восстановления функций распределенных физических полей, подверженных априорно неизвестным внешним воздействиям, имеет исключительно большое значение. В связи с этим возникает необходимость создания специализированных измерительных средств, обладающих распределенной в пространстве чувствительностью.

Широкие возможности в подобных задачах открывает использование волоконно-оптических измерительных систем на основе распределенных волоконно-оптических измерительных сетей (ВОИС) [1]. В таких измерительных системах оптические сигналы, поступающие по волоконно-оптическим измерительным линиям (ВОИЛ), изменяются пропорционально величине внешнего физического воздействия. Сигнал на выходе измерительной линии представляет собой линейный интеграл от функции распределения исследуемого параметра физического поля.

Таким образом, возникает томографическая задача восстановления функций распределения физических полей по их интегральным характеристикам. Математически эта задача представима в следующем виде

$$A f = h, \qquad (1)$$

где A – интегральный оператор, переводящий непрерывную на компакте функцию f во множество ее интегральных проекций h. Интегральное уравнение (1) требуется решить в общем случае, что, вообще говоря, означает отыскание при-

ближенного решения искомой функции f по конечному числу интегральных данных. Обычно в таких задачах количество информационных каналов меньше, чем число исследуемых параметров [1, 2].

В работе рассматривается задача восстановления с помощью РВОИС для неравномерных параллельных схем укладки ИЛ с малым числом направлений сканирования. Решетка дискретизации в этих задачах имеет различные расстояния между узлами. Поэтому классическая теорема отсчетов (теорема Котельникова) здесь не может быть применена.

В этих условиях для правильного восстановления функции требуются совершенно новые методы, использующие максимально обобщенные теоремы дискретизации на теоретико-групповой основе.

Первоочередная задача состоит в создании новых методов аппроксимации функции проекции на нерегулярной сетке с целью дальнейшего применения к ней стандартных алгоритмов обратного проецирования.

В работе предложен новый метод восстановления функций проекции на объединении двух схем укладки измерительных линий (UQC – union of quotient classes), позволяющий повысить качество восстановления функций физических полей в исследуемой области.

В заключительной части статьи приведен сравнительный анализ восстановления функций физических полей с помощью представленного здесь метода UQC, нейросетевого метода RBFNN [3, 4] (Radial Basis Function Neural Network), итерационного алгоритма на базе ART (модифицированного авторами в [5]) и метода FBP[2], основанного на прямом обращении преобразования Радона.

Пусть R, C, Z – множества целых, вещественных и комплексных чисел, $L_2(R^n)$ – пространство функций, интегрируемых с квадратом над R^n; $C_0^\infty(\Omega)$ – класс бесконечно дифференцируемых функций, равных нулю вне области $\Omega, \Omega \subset R^2$; $S(R^2)$ – пространство Шварца быстро убывающих функций.

Пусть $f = f(x_1,x_2)$ – функция двух переменных, описывающая исследуемый объект в области Ω.

Пусть индекс i определяет направление сканирования φ_i, индекс j определяет отсчет s_{ij} в выбранном i-м направлении. Паре индексов (i, j) соответствует прямая L_{ij}, вдоль которой сканируется область. Тогда значение проекции вдоль прямой L_{ij} можно записать как $g_{ij} = \Re f(\varphi_i, s_{ij}) = \int_{L_{ij}} f(x_1, x_2) dl$, где $\Re$ – преобразование Радона функции f; dl – приращение вдоль прямой L_{ij}.

Пары чисел (φ_i, s_{ij}), определяющие параллельную схему сканирования на плоскости, могут быть рассмотрены как элементы группы $G = T \times R$. Здесь $T = [0, 2\pi)$ – циклическая группа относительно сложения по модулю 2π, а R – аддитивная группа поля вещественных чисел. В плоскости $O\varphi s$ точки (φ_i, s_{ij}) образуют некоторое множество, называемое множеством дискретизации. Для стандартной параллельной схемы укладки измерительных линий в p направлениях с шагом h матрица решетки дискретизации и двойственная к ней матрица обе имеют диагональный вид:

$$W = \begin{pmatrix} \pi / p & 0 \\ 0 & h \end{pmatrix},\ W^{\perp} = \begin{pmatrix} 2p & 0 \\ 0 & 2\pi / h \end{pmatrix}.$$

В теории совершенная реконструкция может быть получена при бесконечном наборе проекций. На практике проекции, которые представляют собой преобразование Радона, известны только на некоторых подмножествах из области определения. Интересующий нас вопрос – насколько точно можно восстановить функцию $f = f(x_1,x_2)$, имея неполную информацию о проекциях. Для получения единственного решения на восстанавливаемую функцию принято накладывать ограничение в виде конечной ширины спектра.

Определения:

1) говорят, что функция f, определенная на R^2, имеет *ширину спектра*, равную b, если Фурье-образ этой функции локально интегрируем и равен нулю вне круга радиуса b;

2) говорят, что *f – функция с ограниченной шириной спектра с частотным регионом K*, если преобразование Фурье этой функции равно нулю почти везде вне компактного множества K.

Обобщенные теоремы дискретизации

Классическая теорема отсчетов применяется для функций над R с ограниченной шириной спектра. Согласно этой теореме, если b – ширина спектра, то при выполнении условия Найквиста $0 < h \le \pi / b$ функция $f \in L(R)$ однозначно восстанавливается по своим равномерно распределенным отсчетам hk, $k \in Z$ по формуле

$$f(x) = \sum_k f(hk)\,\mathrm{sinc}\frac{p}{h}(x - hk).$$

Пусть теперь G – локально компактная абелева группа [6], группа характеров $\widetilde{G}$. Преобразование Фурье ставит в соответствие функции f, определенной на группе G, функцию $\widetilde{f}$, определенную на группе $\widetilde{G}$.

Пусть H замкнутая подгруппа группы G. Тогда подмножество $H^{\perp}=\{\eta \in \widetilde{G} : \langle y,\eta \rangle = 0, \forall y \in H\}$ группы $\widetilde{G}$ называется *аннулятором* подгруппы H. Замкнутая подгруппа H группы G такая, что $H^{\perp}$ также является дискретной группой, называемой *решеткой*.

Подмножество R в группе $\widetilde{G}$ называется *фундаментальной областью* группы $H^{\perp}$, если для любого $\xi \in \widetilde{G}$ существует единственное $\xi' \in R$ такое, что $\xi = \xi' + \eta$, где $\eta \in H^{\perp}$.

При увеличении размерности множество дискретизации становится решеткой. Пусть $H = WZ^n$ – решетка, порожденная матрицей W.

Пусть $K=supp(\widetilde{f})$. Тогда можно сформулировать теорему, являющуюся обобщением теоремы Шеннона на случай R^n [7] .

Теорема дискретизации на R^n (*Petersen-Middleton*)**.** Пусть K – компакт в R^n, $f \in S(R^n)$ и множества $K + \eta, \eta \in H^{\perp}$ не пересекаются. Если $\widetilde{f}$ =0 вне множества K,

то $f(x)=\sum_{y\in H}(2\pi)^{-n/2}|W|f(y)\widetilde{\chi}_K(x-y)$, где $\widetilde{\chi}_K$ – обратное преобразование Фурье характеристической функции множества *K*.

Заметим, что условие $\bigcap_{\eta\in H^\perp}\{K+\eta\}=0$ является многомерным аналогом одномерного условия Найквиста.

Следующая теорема дискретизации является важнейшим обобщением теоремы дискретизации на группу *G* [6].

Теорема (*I. Kluv´anek* [8]) **.** Пусть *G* локально компактная абелева группа и:

H решетка и *R* фундаментальная область решетки $H^\perp$;

функция $f\in L^2(G)$ непрерывна и $\widetilde{f}=0$ почти всюду вне подмножества *K* группы $\widetilde{G}$;

$K\subseteq\bigcup_{j=1}^{P}(R+\eta_j), P<\infty, \eta_j\in H^\perp$, т.е. *K* содержится в объединении конечного числа сдвигов фундаментальной области *R*;

$M = x_0+H$ – класс смежности группы *G* по подгруппе *H*.

Тогда функция аппроксимации $S_Mf(x)$, определенная как функция

$$S_Mf(x)=\sum_{y\in H}(2\pi)^{-n/2}|W|f(x_0+y)\widetilde{\chi}_K(x-x_0-y), \qquad (2)$$

непрерывная, интегрируемая с квадратом на группе *G*, для всех элементов $z\in M$ выполняется равенство $S_M f(z) = f(z)$.

Применение к волоконно-оптической томографии

Ближайшей целью является исследование функции проекции $g = \Re f$. Областью определения функции $\Re f(\varphi,s)$ является группа $G = T \times R = [0,2\pi)\times R$. Следуя Ф. Наттереру [2] и А. Фаридани [9], определим преобразование Фурье функции проекции $g = \Re f$ как функцию вида

$\widetilde{g}(k,\sigma)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_R g(\varphi,s)e^{-i(k\varphi+\sigma s)}dsd\varphi$, где $(k,\sigma)\in Z\times R$.

Соответствующее обратное преобразование Фурье задается выражением вида

$$g(\varphi,s)=\frac{1}{2\pi}\int_{z\times R}\widetilde{g}(k,\sigma)e^{i(k\varphi+\sigma s)}dkd\sigma=\frac{1}{2\pi}\sum_{k\in Z}\int_R g(k,\sigma)e^{i(k\varphi+\sigma s)}d\sigma.$$

Области определения функций *g* и $\widetilde{g}$, соответственно, $G = [0,2\pi)\times R$ и $\widetilde{G} = Z\times R$, имеют групповую структуру.

Аппроксимация функции проекции $g=\Re f$ на решетке *L* определяется равенством:

$$Sg(z)=\frac{h}{p}\sum_{y\in L}g(y)\widetilde{\chi}_K(z-y), z=(\varphi,s)\in T\times R, \qquad (3)$$

где *K* – подходящее компактное множество, $K\subset Z\times R$; $\widetilde{\chi}_K$ – обратное преобразование Фурье характеристической функции χ_K.

Теорема отсчетов дает оценку ошибки аппроксимации в виде

$$|g(z)-Sg(z)| \le \pi^{-1} \int\limits_{(Z\times R)\setminus K} |\tilde{g}(\zeta)|d\zeta, z \in T\times R, \zeta=(k,\sigma)\in Z\times R,$$

при условии, что трансляции (сдвиги) множества K элементами двойственной решетки $L^{\perp}$ не пересекаются.

Для нахождения эффективной схемы укладки измерительных линий необходимо найти такой спектральный регион K, содержащий носитель преобразования Фурье функции проекции $g=\Re f$, т.е. содержащий функцию $supp(\tilde{g})$. При этом требуется, чтобы оценка аппроксимации

$$\int\limits_{(Z\times R)\setminus K} |\tilde{g}(\zeta)|d\zeta, z \in T\times R, \zeta=(k,\sigma)\in Z\times R$$

была минимальной. Этот факт будет свидетельствовать о том, что множество K является эффективным, или, как говорят, существенным носителем функции $\tilde{g}$.

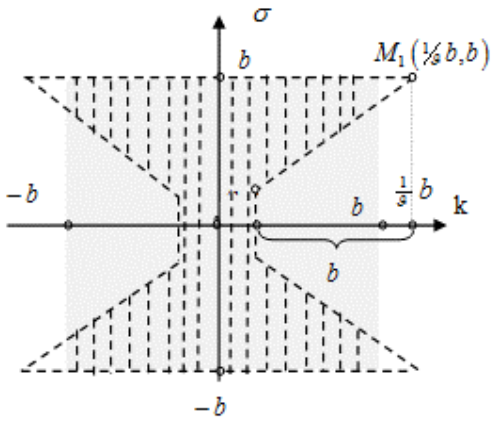

Рис. 1. Носитель спектра функции проекции.

Ф. Наттерер доказал [2], что множество

$$K=\left\{(k,\sigma)\in Z\times R: |\sigma|<b, |k|<\max\left(\frac{|\sigma|}{\theta}, \frac{(1-\theta)}{\theta}b\right)\right\}$$

является эффективным носителем функции проекции для θ: $0<\theta<1$ (рис. 1).

Схема укладки измерительных линий в РВОИС

На практике часто встречаются схемы укладки измерительных линий, которым не соответствуют решетки. Например, в случае трех направлений, когда линии диагонального направления проходят через узлы вертикального и горизонтального направлений. В этом случае в разных направлениях – разные отсчеты и неравномерное распределение углов. Обычные условия корректности (теорему отсчетов) для этой схемы применять нельзя.

Рассмотрим сначала схему укладки измерительных линий, при которой по крайней мере имеет место равномерное распределение углов: $\varphi_1=0$, $\varphi_2=\pi/4$, $\varphi_3=\pi/2$, $\varphi_4=3\pi/4$. Особенностью этой укладки является неравномерность отсчетов вдоль прямых: если h_1 – шаг сканирования в вертикальном и горизонтальном направлениях, то в диагональных направлениях он равен $h_2=\sqrt{2}/2\, h_1$ (рис. 2).

Такую схему сканирования можно рассматривать как объединение двух стандартных подсхем с двумя направлениями сканирования, т.е. $\Delta\varphi=\pi/2$. При этом в плоскости $O\varphi s$ каждой из схем соответствует свое множество дискретизации. Первой схеме соответствует множество дискретизации M_1, а второй – M_2 (см. рис. 2).

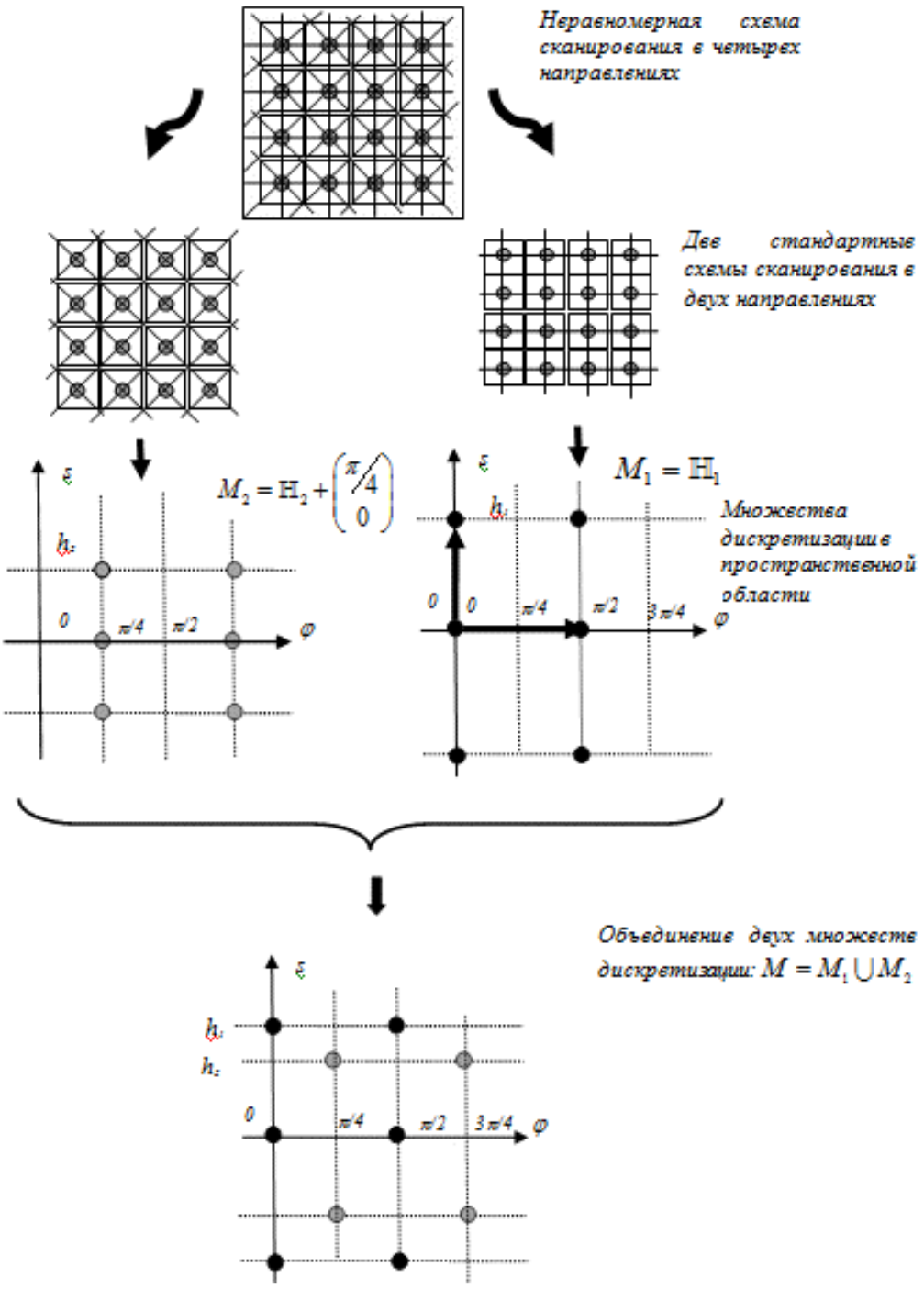

Рис. 2. Представление нерегулярной схемы укладки измерительных линий в виде объединения двух стандартных схем.

Множество M_1 является решеткой, т.е. $M_1 = H_1$, где H_1 – подгруппа, порожденная над Z^2 матрицей $W_1 = \begin{pmatrix} \pi/2 & 0 \\ 0 & h_1 \end{pmatrix}$ и $M_1 = H_1 = W_1 Z^2$.

Множество M_2 решеткой не является, но его можно представить как смежный класс по подгруппе $M_2 = H_2 + (\pi/4 \;\; 0)^T = W_2 Z^2 + (\pi/4 \;\; 0)^T$.

Обозначим через M объединение множеств M_1 и M_2: $M = M_1 + M_2$.

Пусть R_1 и R_2 – фундаментальные области решеток $H_1^{\perp}$ и $H_2^{\perp}$ соответственно. Имеет место очевидное включение $R_1 \subset R_2$.

Спектральный регион K может быть представлен в виде объединения:

$$K = R_2 \bigcup (R_1 + v),$$

где $v = (2p \;\; 0)^T \in H_2^{\perp}$, $R_2 \bigcap (R_1 + v) = 0$.

Для доказательства дальнейших фактов, касающихся вопросов аппроксимации функции проекции на объединении сдвинутых решеток, потребуется следующая лемма [10].

Лемма. Пусть R_1 и R_2 – фундаментальные области решеток $H_1^{\perp}$ и $H_2^{\perp}$ соответственно, $R_1 \subset R_2$, $K = R_2 \bigcup (R_1 + v)$, где $v \in H_2^{\perp}$.

Пусть $P(x)$ – функция, непрерывная на группе G с ограниченным носителем: $P(x) = 0$, для любого $x \in x_0 + H_2$ и $\widetilde{P}(x) = 0$ вне множества K.

Тогда $P(x) = h(x)(1 - e^{2\pi i(x - x_0, v)})$, где $h(x)$ непрерывная, интегрируемая с квадратом функция, равная нулю вне множества R_1.

Очевидно, что множества дискретизации исследуемой схемы укладки измерительных линий удовлетворяют условиям леммы.

Пусть известны значения функции проекционных данных $g(\varphi, s) = \Re f(\varphi, s)$ на множествах $M_2 = H_2 + x_2$ и $M_1 = H_1$.

Предположим, что указанные множества дискретизации обладают свойством:

функции g_1 и g_2, преобразования Фурье которых обращаются в ноль вне множеств $R_1 + v$ и R_2 соответственно, могут быть реконструированы от их выборок на множествах дискретизации $M_1 = H_1$ и $M_2 = H_2 + x_2$ соответственно.

Тогда основная идея, лежащая в основе представленного здесь подхода, следующая.

Функцию $g(\varphi, s)$ ищем как разложение вида:

$$g(\varphi, s) = g_2(\varphi, s) + P(\varphi, s)\, g_1(\varphi, s), \qquad (4)$$

где $P(\varphi, s)$ – неизвестная функция, обращающаяся в ноль всюду на M_2, но не обращающаяся в ноль нигде на M_1. Функции g_1 и g_2 обращаются в ноль вне множеств $R_1 + v$ и R_2 соответственно.

Разложение (4) можно использовать для реконструкции функции g от ее выборок на объединении множеств $M_1 \cap M_2$.

Так как $P(\varphi, s)$ обращается в ноль на M_2, $g(\varphi, s) = g_2(\varphi, s)$ на M_2, таким образом, функция g_2 может быть реконструирована от выборок g на M_2.

Ввиду того, что $P(\varphi, s) \neq 0$ на M_1, то для всех $(\varphi, s) \in M_1$ из формулы (4) можно получить значение функции $g_1(\varphi, s)$ в виде:

$$g_1(\varphi, s) = (g(\varphi, s) - g_0(\varphi, s)) / P(\varphi, s).$$

Следовательно, мы можем вычислить значения функции g_1 на M_1 и использовать их, чтобы реконструировать g_1 во всей области.

Тогда функция $g = \Re f$ может быть восстановлена по отсчетам на всем множестве $M = M_1 \cap M_2$ по формуле (4).

Более точно восстановление функции $g(\varphi, s)$ описывается в следующем утверждении.

Утверждение. Пусть известны значения функции проекционных данных $g = \Re f$ на множествах дискретизации M_1 и M_2, $\widetilde{g} = 0$ вне спектрального множества $K = R_2 \bigcup (R_1 + v)$. Пусть любая непрерывная функция $h(x) \in L_2(G)$, преобразование Фурье которой $\widetilde{h} = 0$ вне множества R_1, может быть восстановлена по отсчетам на решетке M_1. Тогда функция проекции $g = \Re f$ может быть восстановлена по отсчетам на всем множестве $M = M_1 \cap M_2$ по формуле:

$$g(z) = S_{H_2+x_2} g(z) + (1 - e^{2\pi i(z-x_2,v)}) C_1 \sum_{y \in H_1} \frac{g(y) - S_{H_2+x_2} g(y)}{1 - e^{2\pi i(y-x_2,v)}} \widetilde{\chi}_{R_1}(z-y), \quad (5)$$

где $\widetilde{\chi}_{R_i}$ – обратное преобразование Фурье характеристической функции χ_{R_i}

$$S_{H_2+x_2} g(z) = C_2 \sum_{y \in H_2} g(x_2 + y) \widetilde{\chi}_{R_2}(z - x_2 - y), \forall z \in G, \quad (6)$$

где $C_i = (2\pi)^{-1} |W_i|$, i=1,2.

Доказательство. Пусть z =(φ, *s*).

Рассмотрим вспомогательную функцию вида

$$u(z) = g(z) - S_{M_2} g(z). \quad (7)$$

Очевидно, что $u(z) = 0$ на множестве M_2. Тогда, применяя к функции $u(z)$ лемму, имеем равенство

$$u(z) = h(z)(1 - e^{2\pi i(y-x_2,v)}). \quad (8)$$

Из равенств (7), (8) следует, что

$$g(z) = S_{M_2} g(z) + h(z)(1 - e^{2\pi i(y-x_2,v)}). \quad (9)$$

Значения *g(z)* могут быть вычислены на множестве M_1, а значения $S_{M_2} g(z) = S_{H_2+x_2} g(z)$ вычисляются в соответствии с (2) по формуле (6).

Таким образом, $S_{H_2+x_2} g(z)$ вычисляется на всей группе G по значениям ее отсчетов на множестве $M_2 = H_2 + x_2$. Из (8) следует, что:

$$h(z) = \frac{g(z) - S_{H_2+x_2} g(z)}{1 - e^{2\pi i(z-x_2,v)}}, \quad (10)$$

а это значит, что функция $h(z)$ может быть восстановлена на множестве дискретизации M_1. Но по условию теоремы $h(z)$ может быть восстановлена на всей группе G по ее отсчетам на множестве M_1.

Для получения формулы (5) применяется теорема дискретизации (Petersen-Middleton) для любого $z \in H_1$:

$$h(z) = C_1 \sum_{y \in H_1} h(y) \widetilde{\chi}_{R_1}(z-y) = C_1 \sum_{y \in H_1} \frac{g(y) - S_{H_2+x_2} g(y)}{1 - e^{2\pi i(y-x_2,v)}} \widetilde{\chi}_{R_1}(z-y). \quad (11)$$

Использование радиально-базисных нейронных сетей

В результате дискретизации (1) преобразуется в систему M линейных уравнений

$$\sum_{j=1}^{N} a_{ij} f_j = h_i$$

с N неизвестными $f_1, \ldots, f_N$, которая в матричной форме примет вид:

$$AF = H, \qquad (12)$$

где $A = (a_{ij})$ – матрица $M \times N$, $1 \le i \le M$, $1 \le j \le N$; $H = (h_1, \ldots, h_M)^T$ – столбец проекционных данных; $F = (f_1, \ldots, f_N)^T$ – столбец неизвестных.

Формируемый измерительной сетью информационный массив, представленный вектором H, является набором томографических данных, по которым нейронная сеть должна реконструировать вектор F. Таким образом, нейросеть должна выполнить преобразование вида $F = A'(H)$, предварительно пройдя обучение на множестве обучающих пар $\{(H, F)\}$.

Для создания обучающей страницы использовался выбор обучающих пар "с подкреплением". В этом случае обучающие пары (H_i, F_i) удовлетворяют уравнению $AF_i = H_i$.

Для проведения нейросетевого анализа восстановления информации с РВОИС была использована радиально-базисная нейронная сеть. При этом предполагалось, что эталонное воздействие на поле имело вид гладкой функции с эффективной шириной спектра b, равной условной спектральной единице, и что все значения функции неотрицательны и нормированы на единицу.

В качестве эталонов были выбраны функции трех типов: тип I – одиночные гауссианы, центры которых расположены в узлах измерительной сети;

Тип II. Пары гауссиан, отстоящие друг от друга на расстояние не менее $2\pi/b$. Аналитически эти функции могут быть представлены в виде

$$Z(x, y) = e^{-a_1\left((x-c_1)^2+(y-b_1)\right)} + e^{-a_2\left((x-c_2)^2+(x-b_2)^2\right)}$$

при условии, что носители находятся на расстоянии не менее $2\pi/b$, т.е.

$$\sqrt{(b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)} - \frac{1}{2\sqrt{2a_1}} - \frac{1}{2\sqrt{2a_2}} \ge 2\pi / b.$$

Тип III. Эталонные распределения, полученные с помощью процесса рандомизации с нормированием.

В табл. 1 для поля 5×5 приведены ошибки восстановления функции гауссовского типа методами UQS, RBFNN, обращения преобразования Радона с помощью фильтрации обратных проекций (FBP) итерационного алгоритма ART. В табл. 2 приведены ошибки восстановления с помощью алгоритма UQC, основанного на разложении (5) и метода FBP для более высоких размерностей полей. На рис. 3 изображены результаты восстановления функций для поля размерности $n \times n$, n = 25 FBP и с помощью метода UQC.

Таблица 1

Число гауссиан, n=5	RBFNN, %	FBP, %	ART, %	UQC , %
1	0. 22	1. 56	0. 8	0.81
2	1. 43	2. 95	3.16	2.91
3	4. 55	3. 24	4.12	3.21
4	7. 5	4. 61	6.36	4.57

Таблица 2

Размерность поля	Число гауссиан	UQC , %	FBP,%
10	1	0.54	0.66
	2	1.03	1.41
	3	1.43	2.03
	4	2.3	2.5
25	1	0.15	0. 35
	2	0.36	0. 41
	3	0.54	0. 61
	4	0.77	0. 87

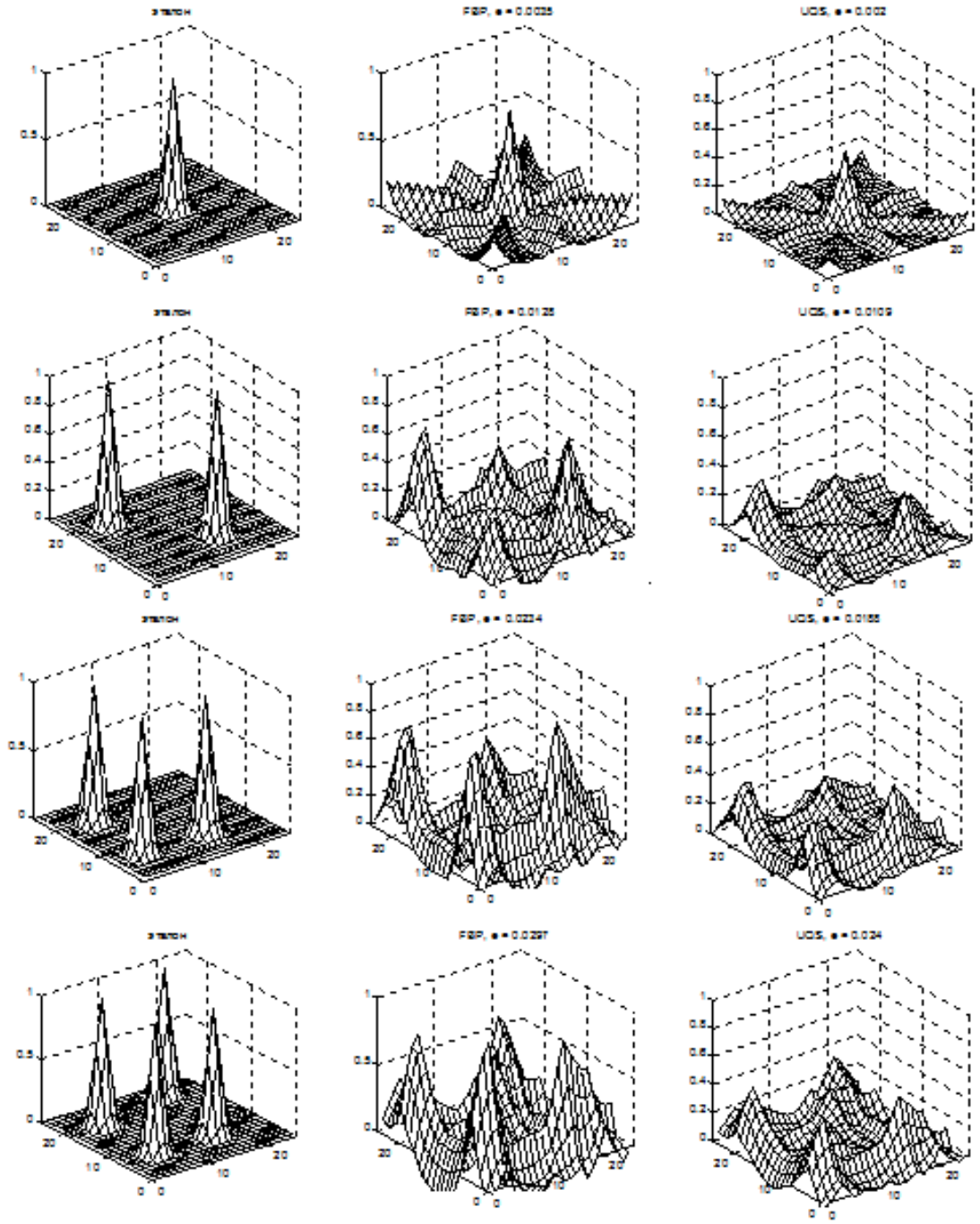

Рис. 3. Сравнительный анализ алгоритмов UQC и FBP для поля размерности $n \times n$, n =25.

Заключение

Применение максимально обобщенных теорем дискретизации позволило аппроксимировать функцию проекции на нерегулярной сетке.

В работе предложен новый метод восстановления функций проекции на объединении двух схем укладки измерительных линий UQC, позволяющий повысить качество восстановления функций физических полей в исследуемой области. Экспериментально показано, что этот метод позволяет осуществлять восстановление функций пространственного распределения исследуемой физической величины с погрешностью в отдельной точке не более 3%. Данный показатель лучше, чем у методов FBP и ART. Более того, предложенная схема оптимизирует принятие компромиссных решений между разрешением и устранением глобальных артефактов.

Рассмотренная для малых полей сеть RBFNN обладает хорошими возможностями. Погрешность в отдельной точке для RBFNN из области обучения не более 2%. Сеть RBFNN обладает также хорошими прогнозирующими свойствами. Однако следует учесть, что для полей более высоких размерностей требуется намного больше технических возможностей для ее реализации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кульчин Ю. Н.* Распределенные волоконно-оптические измерительные системы. – М.: Физматлит, 2001.
2. *Natterer F.* Mathematics of Computerized Tomography. – John Wiley & Sons Ltd., New York, 1986.
3. *Kulchin Yu. N., Zakasovskaya E. V.* Application of Radial Basis Function Neural Network for Information Processing in Fiber Optical Distributed Measuring Systems // Optical Memory & Neural Networks (Information Optics). – 2008. – Vol.17, № 4. – P.17-327.
4. *Кульчин Ю.Н., Закасовская Е.В.* Восстановление информации волоконно-оптическими измерительными системами с использованием радиально-базисных нейронных сетей // Нейроинформатика-2009. Сб. науч. тр. – М.: МИФИ, 2009. – С.289-298.
5. *Zakasovskaya E.V., Fadeev V.V.* Restoration of point influences by the fiber-optical network in view of a priori information // APCOM 2007, SPIE Proc. – Vol. 6675.
6. *Наймарк М.А.* Теория представлений групп. – М.: Наука, 1976.
7. *Petersen D.P. and Middleton D.* // Sampling and reconstruction of wave-number-limited functions in N-dimensional Euclidean space, Inf. Control. – 1962. –N5. – P.279-323.
8. *Kluv'anek I.* Sampling theorem in abstract harmonic analysis // Mat. Casopis Sloven. Akad. Vied. – 1965. – N15. – P.43-48.
9. *Faridani A.* Introduction to the mathematics of computed tomography // Inside Out: Inverse Problems and Applications. – 2003. – P. 1-46.
10. *Faridani A.* An application of a multidimensional sampling theorem to computed tomography // Integral Geometry and Tomography, Contemporary Mathematics, Vol. 113, AMS, Providence, RI, 1990.

E-mail:
Закасовская Е.В. – zakasovskaya@inbox.ru;
Кульчин Ю.Н. – vss@iacp.dvo.ru, director@iacp.dvo.ru.