

Заключение

Предложен подход к использованию математического аппарата теории устойчивости для анализа деятельности вуза в ходе аккредитации. Данный метод позволяет оценить устойчивость работы вуза на всем временном периоде аккредитации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Приказ Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки (Рособрнадзор) «Об утверждении критериев показателей, необходимых для определения типа и вида образовательного учреждения высшего профессионального и среднего профессионального образования» № 2267 от 25.10.2011.
2. Ногин В.Д. Теория устойчивости движения. – СПбГУ: Изд-во факультета ПМ-ПУ, 2008.
3. Петропавловский М.В. Математические модели государственной аккредитации учреждений профессионального образования: Монография. – Йошкар-Ола; М.: ЦГА, 2004.
4. Семенов А.Д., Артамонов Д.В., Брюхачев А.В. Идентификация объектов управления: Учеб. пособие. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2003.
5. Дилигенская А.Н. Идентификация объектов управления: Учеб. пособие – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2009.
6. Матвеев Н.М. Учебное пособие для студентов педагогических институтов по физико-математическим специальностям. – М.: Просвещение, 1988.

E-mail

Петропавловский Михаил Вячеславович – misha@nica.ru;

Матросова Наталья Владимировна – nataliamatrosova@rambler.ru.

УДК 62-50

© 2012 г. **И.В. Пчелкина**

(Санкт-Петербургский государственный университет),

А.Л. Фрадков д-р техн. наук, профессор

(Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург;

Санкт-Петербургский государственный университет)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ СИНХРОНИЗАЦИЕЙ МНОГОМАШИННОЙ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ

Рассмотрена модель многомашинной энергосистемы с учетом потерь. Получены условия, при которых в системе существуют функции-инварианты. Методом скоростного градиента разработаны алгоритмы управления инвариантами с целью синхронизации энергосистемы. Приведены оценки качества замкнутой системы на основе численного моделирования.

Ключевые слова: многомашинная энергосистема, синхронизация энергосистемы, метод скоростного градиента.

Введение

В настоящее время происходит ряд процессов, меняющих важнейшие физические параметры энергосистем. Главным образом, это объединение электросетей, распределенное производство электроэнергии и устаревание инфраструктуры [1]. Поскольку первоначально энергосистемы проектировались и строились без учета подобных изменений, требуется обеспечить их работоспособность в новых и изменяющихся условиях. Основная задача, тем не менее, остается той же: управление потоком мощности от поставщиков к потребителям и поддержание устойчивости энергосистемы. Поэтому одной из наиболее важных проблем в электроэнергетике является создание систем управления, обеспечивающих долговременную устойчивость системы, поскольку потеря устойчивости может привести к экономическим потерям и разрушительным повреждениям энергосистемы. Под устойчивостью подразумевается способность энергосистемы выдерживать возмущения без прекращения обслуживания потребителей. Таким образом, создание простых и надежных регуляторов для управления энергосистемами остается актуальной проблемой.

В данной работе будет рассмотрена модель многомашинной системы из [2], где, в отличие от [3], модель отдельного генератора включает три переменные – угол и угловую скорость ротора генератора и внутреннее напряжение генератора по поперечной оси. Предложены условия, при которых в системе существуют функции-инварианты, зависящие от переменных состояния системы. С помощью метода скоростного градиента [4] разработаны алгоритмы управления синхронизацией энергосистемы на основе управления инвариантами и получены условия их применимости. В качестве примера рассмотрена система из пяти генераторов. Разработан соответствующий алгоритм управления и показано, как, управляя инвариантом, можно добиться устойчивого поведения всей системы. Работоспособность алгоритма продемонстрирована результатами численного моделирования.

Математическая модель системы

Рассмотрим систему из N взаимодействующих синхронных генераторов. Динамика i -го генератора описывается системой [6]:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_i = \omega_i, \\ \dot{\omega}_i = -D_i \omega_i + P_{mi} - G_{ii} E_i^2 - \sum_{j=1, j \neq i}^N (\alpha_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + \beta_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)), \\ \dot{E}_i = f_i + v_i, \end{cases} \quad (1)$$

где $i = 1, \dots, N$; δ_i – угол поворота ротора i -го генератора относительно синхронной оси вращения; $\omega_i = \omega_0 - \omega_{Ri}$; ω_{Ri} – частота вращения ротора i -го генератора; ω_0 – синхронная частота вращения; E_i – внутреннее напряжение i -го генератора по поперечной оси; v_i – сигнал управления; f_i – известная функция, зависящая от переменных системы:

$$f_i = -a_i E_i + b_i \sum_{j=1, j \neq i}^N E_j \cos(\delta_i - \delta_j + \chi_{ij}) + E_{fi}, \quad (2)$$

$D_i, P_{mi}, G_{ii}, G_{ij}, B_{ij}, a_i, b_i, E_{fi}$ – постоянные параметры i -го генератора; $\alpha_{ij} = E_i E_j G_{ij}$, $\beta_{ij} = E_i E_j B_{ij}$, $i \neq j$, $\chi_{ij} = \arctg(G_{ij}/B_{ij})$.

Понятие устойчивости для энергосистем отличается от традиционных понятий устойчивости по Ляпунову или асимптотической устойчивости. В задачах стабилизации переходных процессов энергосистем требуется, чтобы разности скоростей ω_i исчезали, а углы δ_i стремились к каким-то постоянным значениям. Обозначим $\delta = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N)^T$, $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N)^T$. Формальное понятие устойчивости для энергосистем было введено Ж.Л. Виллемсом и названо *transient stability* [7].

Определение устойчивости 1. Траектория $x(t_0, x_0)$ неуправляемой системы (1) называется устойчивой по Виллемсу (*transient stable*), если ее начальные значения $x_0 = (\delta(0), \omega(0))^T$ принадлежат области притяжения множества, определенного следующими соотношениями:

$$\delta_i - \delta_j = c_{ij}, \omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_N = 0, \quad (3)$$

что означает стремление к синхронному движению всех генераторов.

Отметим, что в данной постановке задачи конкретные значения констант c_{ij} не определены.

Определение 1 можно трактовать как формализацию более общего понятия динамической устойчивости, введенного В.А. Вениковым [8].

Определение устойчивости 2. Устойчивость энергосистемы – способность энергосистемы восстанавливать исходное (или близкое к нему) состояние после какого-либо возмущения, проявляющегося в отклонении состояния и параметров системы от номинальных значений.

Кроме того, на практике желательно добиться достижения дополнительной цели управления [9], а именно: в предположении, что начальные состояния $x_0 = (\delta(0), \omega(0))^T$ принадлежат множеству

$$0 < \delta_i < \bar{\delta} < \pi / 2, |\omega_i| < \bar{\omega}, E_i = E_{di} = \text{const} > 0, i = 1, \dots, N, \quad (4)$$

траектория должна принадлежать множеству (4) при всех $t > 0$. Дополнительные ограничения (4) необходимы, чтобы избежать возможной потери синхронизма энергосистемы во время переходного процесса.

Инвариант системы

Предположим, что в системе (1) выполняются условия для $i, j = 1, \dots, N$:

- 1) демпфирование отсутствует: $D_i = 0$;
- 2) активные проводимости отсутствуют: $G_{ij} = 0$;
- 3) матрица реактивных проводимостей симметрична: $B_{ij} = B_{ji}$;
- 4) управление таково, что значения всех внутренних напряжений постоянны ($v_i = -f_i$) и равны

$$E_i = E_{di} = \sqrt{\frac{P_{mi}}{G_{ii}}}. \quad (5)$$

Тогда непосредственная проверка показывает, что следующая функция будет инвариантом для системы (1), (5):

$$H = \frac{1}{2} \omega^T \omega + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \left(\beta_{ij} (1 - \cos(\delta_i - \delta_j)) + \alpha_{ij} (1 + \sin(\delta_i - \delta_j)) \right), \quad (6)$$

где $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N)^T$. Отметим, что аналогичная квази-энергетическая функция использовалась в работах [3, 6].

Покажем, что функция (6) – инвариант системы (1). Для этого вычислим ее производную по времени вдоль траекторий системы (1):

$$\begin{aligned} \dot{H} &= \sum_{i=1}^N \dot{\omega}_i \omega_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N E_i E_j B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \cdot (\omega_i - \omega_j) = \sum_{i=1}^N (P_{mi} - G_{ii} E_i^2) \omega_i - \\ &- \sum_{i=1}^N E_i E_j B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \cdot \omega_i + \sum_{i=1}^N E_i E_j B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \cdot \omega_i = \\ &= \sum_{i=1}^N (P_{mi} - G_{ii} E_i^2) \omega_i = 0 \Rightarrow H = const. \end{aligned} \quad (7)$$

Алгоритмы управления

Ставится задача: достичь некоторого заданного значения H_d функции (6) и при этом обеспечить устойчивость системы (1) и инвариантность функции (6). Требование устойчивости подразумевает ограниченность во времени значений углов и угловых скоростей роторов всех генераторов. Условия инвариантности заданы в предыдущем разделе. Обозначим

$$u_i = f_i + v_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (8)$$

«новое» управление для системы (1). Тогда уравнения для внутренних напряжений по поперечной оси будут иметь вид:

$$\dot{E}_i = u_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (9)$$

Управления u_i найдем, используя метод скоростного градиента относительно целевой функции

$$Q = \frac{1}{2} (H - H_d)^2 + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (E_i - E_{di})^2, \quad (10)$$

где первый член должен обеспечить сходимость функции (6) к своему желаемому значению, а второй член – инвариантность функции (6) (это соответствует условию (5) $E_i = E_{di}$, $i = 1, \dots, N$). По методу скоростного градиента управления будут следующими [4]:

$$u_i = -\sigma_i \nabla_{u_i} \dot{Q}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (11)$$

где σ_i – положительные числа.

Моделирование показывает, что алгоритм (11) в ряде случаев работает неудовлетворительно. Поэтому в работе [10] предлагается ввести в алгоритм (11) следующие корректирующие члены:

$$\hat{u}_i = \kappa_i \sum_{j=1}^N \omega_j, \quad i = 1, \dots, N, \quad (12)$$

где κ_i – положительные числа. Из (8), (11) и (12) найдем управления для синхронизации системы (1) при использовании квази-энергетической функции (6) $i = 1, \dots, N$:

$$v_i = -\sigma_i(Q - Q_d) \sum_{j=1, j \neq i}^N E_j B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - \sigma_i(E_i - E_{di}) + \kappa_i \sum_{j=1}^N \omega_j - f_i. \quad (13)$$

Утверждение 1 [10]. Алгоритм (13) обеспечит синхронизацию системы (1) в смысле Веникова, в частности ограниченность относительных углов и скоростей роторов генераторов при отсутствии активных проводимостей.

Введем функционал V на множестве траекторий системы следующим образом:

$$V(z) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{2} (E_i - E_{di})^2 + \int_0^t \left((E_i - E_{di} - p_i)^2 - p_i u_i \right) d\tau \right], \quad (14)$$

где $p_i = p_i(\delta, \omega)$ – некоторая гладкая функция; $z = (\delta, \omega, E)^T \in R^{3N}$.

Утверждение 2. Функция $V(z)$ является инвариантом системы (1), (2), (8), (9), замкнутой управлениями $u_i = u_i^*$, где

$$u_i^* = -[E_i - E_{di} + p_i(\delta, \omega)], \quad i = 1, \dots, N. \quad (15)$$

Доказательство. Вычислим производную функции $V(z)$ по времени:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^N (E_i - E_{di}) \cdot u_i - \sum_{i=1}^N (\omega_i + \delta_i - \delta_{0i}) \cdot u_i + \\ &+ \sum_{i=1}^N \left((E_i - E_{di}) - (\omega_i + \delta_i - \delta_{0i}) \right)^2 = \\ &= \sum_{i=1}^N \left((E_i - E_{di}) - (\omega_i + \delta_i - \delta_{0i}) \right) \cdot u_i + \\ &+ \sum_{i=1}^N \left((E_i - E_{di}) - (\omega_i + \delta_i - \delta_{0i}) \right)^2 = \\ &= - \sum_{i=1}^N \left((E_i - E_{di}) - (\omega_i + \delta_i - \delta_{0i}) \right)^2 + \\ &+ \sum_{i=1}^N \left((E_i - E_{di}) - (\omega_i + \delta_i - \delta_{0i}) \right)^2 = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом, $V(z)$ – инвариант. Утверждение доказано.

Зададим вещественное число V_d и введем функционал

$$Q(z) = |V(z) - V_d|. \quad (17)$$

Взяв функционал (17) в качестве целевого, построим алгоритм скоростного градиента [4]:

$$\begin{aligned} u_i &= -\gamma_i \text{sign}(V - V_d) [E_i - E_{di} + p_i(\delta, \omega)], \\ i &= 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (18)$$

Свойства системы (1), (2), (8), (9) с алгоритмом (18) устанавливаются следующим утверждением.

Утверждение 3. Пусть $\gamma_i > 1$, $i = 1, \dots, N$. Тогда либо $V(z(t)) \rightarrow V_d$, либо $p_i(\delta(t), \omega(t)) \rightarrow \text{const}$ в системе (1), (2), (8), (9), (18).

Доказательство. Оценим скорость изменения функционала (17) в силу системы (1), (2), (8), (9), (18). Имеем:

$$\begin{aligned}
dQ/dt &= \text{sign}(V - V_d) \cdot \dot{V} = \\
&= \text{sign}(V - V_d) \cdot \sum_{i=1}^N [(E_i - E_{di})u_i + E_i - E_{di} - p_i - p_i u_i] = \\
&= \text{sign}(V - V_d) \cdot \sum_{i=1}^N (-\gamma_i \text{sign}(V - V_d) + 1)(p_i - E_i + E_{di}) \leq \\
&\leq -(\gamma_i - 1) \cdot \sum_{i=1}^N (p_i - E_i + E_{di})^2 \leq 0,
\end{aligned} \tag{19}$$

где

$$\gamma = \min_i \gamma_i > 1. \tag{20}$$

Из полученного неравенства следует, что $Q(z(t)) \geq 0$ не возрастает, а значит, имеет предел $\lim Q(z(t)) = Q_*$ при $t \rightarrow \infty$. Следовательно, существует и предел $\lim V(z(t)) = V_*$ при $t \rightarrow \infty$. Отметим, что нарушение гладкости правых частей замкнутой системы на многообразии $V(z) = V_d$ не создает трудностей, поскольку при попадании на это многообразие траектория не может его покинуть, и цель управления будет достигаться в условиях скользящего режима. Существование предела функционала $V(z(t))$ означает сходимость интегралов в (14) и существование предела первой группы слагаемых в (14). Следовательно, существуют пределы $\lim E_i(t) = E_{*i}$. Если $V_* = V_d$, то утверждение доказано. Пусть это неверно. Из неравенства

$$\int_0^t (p_i - E_i + E_{0i})^2 d\tau \leq Q_0 / (\gamma - 1), \tag{21}$$

справедливого для любого $t > 0$, и из леммы Барбалата [5] следует, что

$$p_i(\delta(t), \omega(t)) - E_i(t) + E_{0i} \rightarrow 0, \tag{22}$$

а значит, $p_i(\delta(t), \omega(t)) \rightarrow \text{const}$. Утверждение доказано.

Следствие. Если взять $p_i = \mu_i \omega_i + \delta_i$, где $\mu_i > 0$, то из свойств устойчивых линейных систем получаем, что $\delta_i(t) \rightarrow \text{const}$ и $\omega_i(t) \rightarrow 0$, что соответствует устойчивости энергосистемы по Виллемсу (в смысле определения 1).

Результаты численного моделирования

Для $N = 5$ было проведено численное моделирование системы (1) с разработанными алгоритмами управления. Использовались следующие значения параметров системы (1) и алгоритмов (13), (18) $i, j = 1, \dots, N$:

$$D = [0; 0; 0; 0; 0]; P = [60; 50; 55; 53; 58]; G = [30; 20; 25; 23; 28];$$

$$B_{ij} = 40; Q_d = 0.75; V_{d1} = V_{d2} = 12;$$

$$\kappa_i = 0.4; \sigma_i = 2; \mu_i = 1; \gamma_i = 3.$$

При моделировании системы (1), (2), (8), (9) с алгоритмом (13) были взяты нулевые значения активных проводимостей:

$$G_{ij} = 0;$$

при моделировании системы (1), (2), (8), (9) с алгоритмом (18) были взяты ненулевые значения активных проводимостей

$$G_{ij} = G_{ji} = 6.$$

Начальные значения переменных системы (1):

$$\delta = (\pi/10; \pi/5; \pi/8; \pi/9; \pi/6)^T,$$

$$\omega = (0; 0; 0; 0; 0)^T,$$

$$E = (1.4; 1.6; 1.5; 1.6; 1.5)^T.$$

Результаты моделирования свободной системы (1) приведены на рис. 1 – относительные углы и угловые скорости роторов генераторов, на рис. 3а – функция (6). На рис. 2, рис. 3б показано поведение управляемой системы (1), (2), (8), (9) с алгоритмом (13). На рис.4 – относительные углы и угловые скорости роторов генераторов управляемой системы (1), (2), (8), (9) с алгоритмом (18). На рис. 5 показана функция (14) управляемой системы (1), (2), (8), (9) с алгоритмом (18).

Для функций (6), (14), а также для внутренних напряжений и сигналов управления используются относительные единицы, обозначаемые как «**p.u.**» (англ. **per-unit system**).

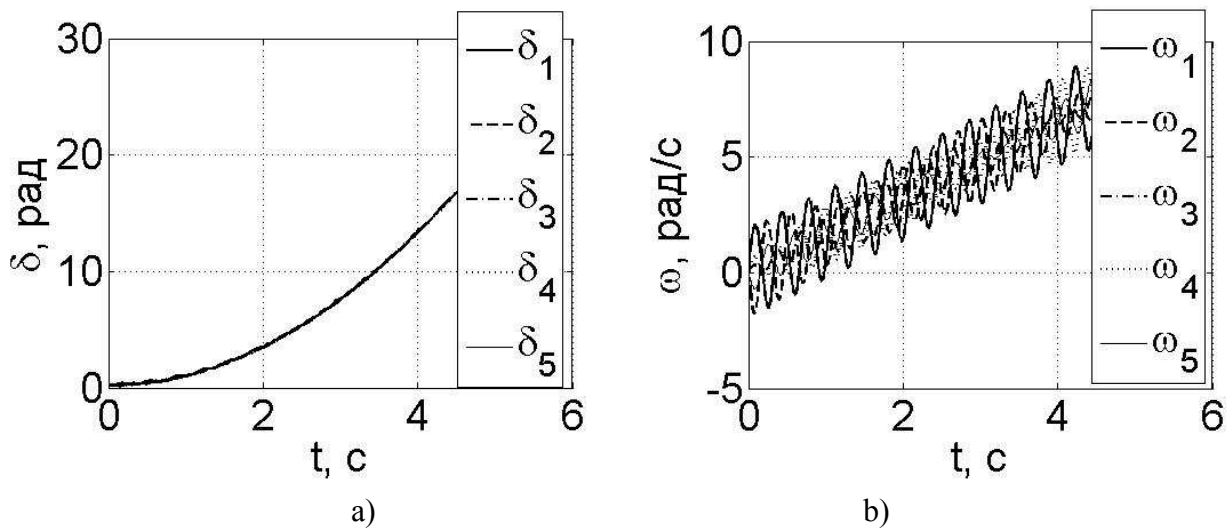


Рис. 1. Поведение неуправляемой системы (1) для $N = 5$:
а) относительные углы; б) угловые скорости роторов генераторов.

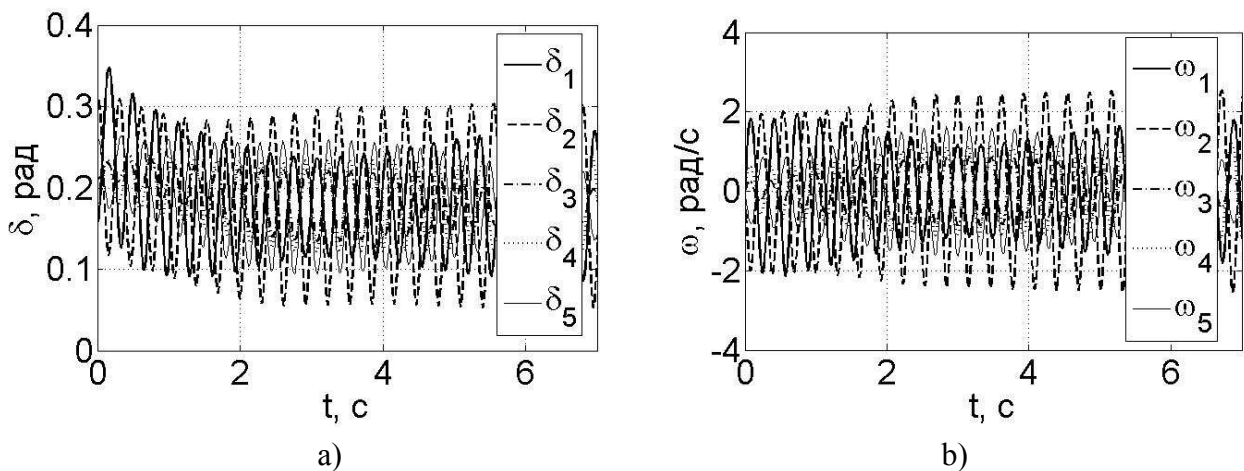


Рис. 2. Поведение управляемой системы (1) с алгоритмом (13):
а) относительные углы; б) угловые скорости роторов генераторов.

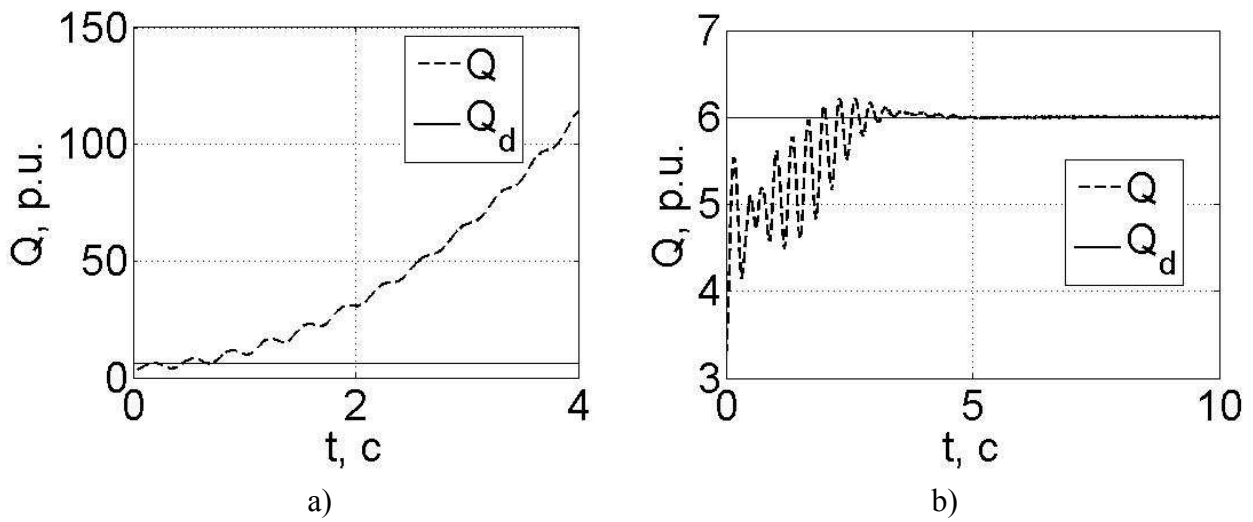


Рис. 3. Поведение функции (5): а) для неуправляемой системы (1); б) для управляемой системы (1) с алгоритмом (13).

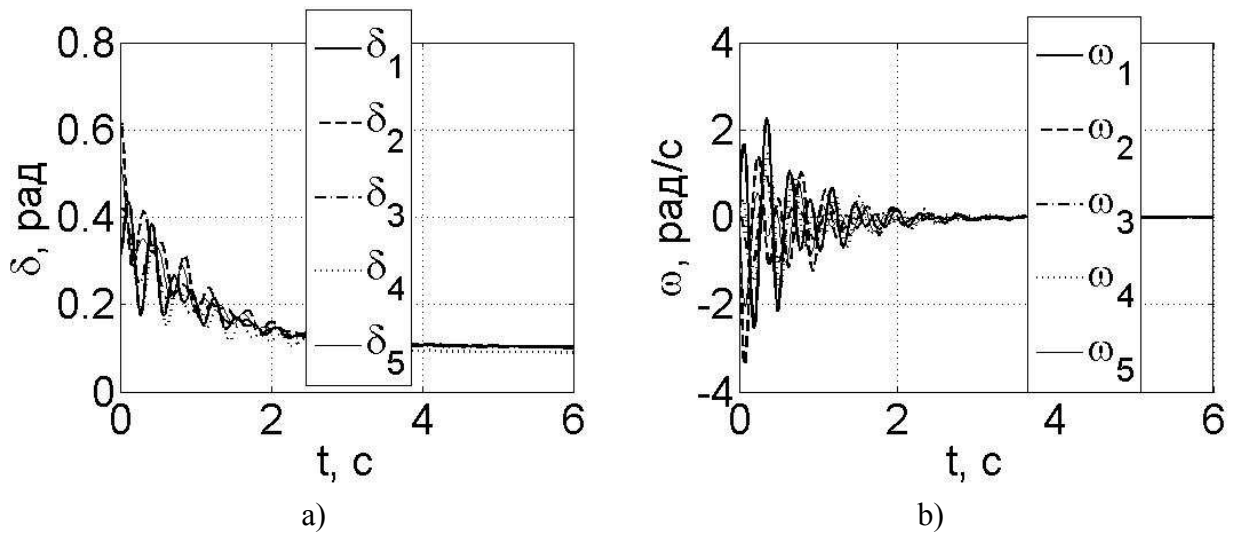


Рис. 4. Поведение управляемой системы (1) с алгоритмом (18): а) относительные углы; б) угловые скорости роторов генераторов.

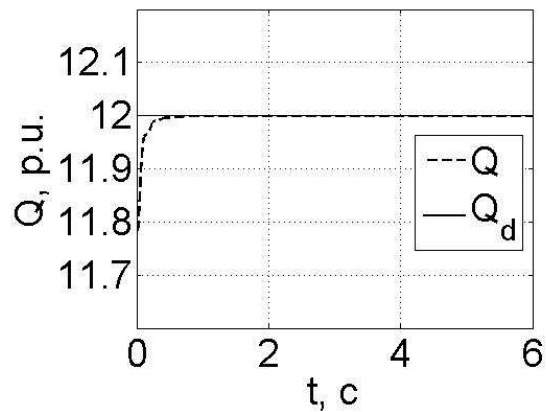


Рис. 5. Поведение функции (13) для управляемой системы (1) с алгоритмом (18).

Выводы

В данной работе была рассмотрена модель многомашинной энергосистемы и получены условия, при которых в ней существуют функции-инварианты, зависящие от переменных состояния системы.

На основе метода скоростного градиента были разработаны алгоритмы управления инвариантами и было показано, как, управляя инвариантами, можно добиться устойчивого поведения всей системы. Результаты численного моделирования для случая $N = 5$ подтверждают работоспособность предложенных алгоритмов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Zima M., Larsson M., Korba P., Rehtanz C., Andersson G.* Design Aspects for Wide Area Monitoring and Control Systems // Proc. of the IEEE, Special Issue on Energy Infrastructure Defence Systems. – May 2005. – P.980-996.
2. *Anderson P.M., Fouad A.A.* Power system control and stability. – Iowa: Iowa State University Press, 1977.
3. *Pogromsky A.Yu., Fradkov A.L., Hill D.J.* Passivity based damping of power system oscillations // Proc. of the 35th Conference on Decision and Control. Kobe, Japan. – 1996. – P.3876-3881.
4. *Фрадков А.Л.* Кибернетическая физика: принципы и примеры. – СПб.: Наука, 2003.
5. *Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л.* Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. – СПб.: Наука, 2000.
6. *Ortega R. et al.* Transient stabilization of multimachine power systems with nontrivial transfer conductances // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2005. – Vol.50, № 1. – P.60-75.
7. *Willems J.L.* A partial stability approach to the problem of transient power system stability // Int. J. Control. – 1974. – V.19. – P.1-4.
8. *Веников В.А.* Переходные электромеханические процессы в электрических системах. – М.: Высшая школа, 1985.
9. *Вольдек А.И.* Электрические машины. – М.: Энергия, 1978.
7. *Пчелкина И.В., Фрадков А.Л.* Синхронизация многомашинной энергосистемы с помощью управления инвариантом // Материалы 5-й Российской мультikonференции по проблемам управления (МКПУ 2012). – СПб., 2012. – С.211-214.

E-mail:

Пчелкина Ирина Владимировна – IrinaAshikhmina@gmail.com;

Фрадков Александр Львович – fradkov@mail.ru.