



УДК 681.5.015

© 2013 г. **А.А. Гончаров,**

**Г.Б. Диго,**

**Н.Б. Диго,**

**А.Ю. Торгашов,** д-р техн. наук

(Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, Владивосток)

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕЙВЛЕТОВ ПРИ ПОСТРОЕНИИ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ С НЕРЕГУЛЯРНЫМ ИЗМЕРЕНИЕМ ВЫХОДА\***

Рассматривается задача идентификации объекта управления с нерегулярным измерением выхода, характеризуемым его переменной задержкой. Для поиска зависимости между входными и выходными переменными объекта управления в регрессионную модель предлагается вводить вейвлет-преобразованные входы. Обсуждаются вопросы выбора подходящего вейвлет-базиса. Приводится пример, иллюстрирующий работоспособность предлагаемого метода.

**Ключевые слова:** вейвлет-базис, регрессионная модель, нерегулярное измерение выхода объекта управления, запаздывание.

### **Введение**

Проблема обеспечения качества и надежности сложных технических объектов ответственного назначения по-прежнему остается актуальной. В условиях неопределенности она может трактоваться как проблема принятия решений для реализации рационального способа достижения гарантированного результата управления. Желаемый результат во многом будет зависеть от возможности мониторинга и прогнозирования состояния функционирующего объекта. На стадиях создания и эксплуатации систем управления по-прежнему актуальна проблема построения эффективных моделей объектов технических, технологических, экономических или социальных процессов [1]. А для технологических объектов управления ответственного назначения – таких как многотоннажные и энергоемкие массообменные аппараты нефтехимических производств – необходимы алгоритмы идентификации, улучшающие прогноз их выходных показателей качества. В условиях неопределенности это связано с преодолением таких трудностей как учет неизвестного времени запаздывания входных сигналов, нерегулярность измерения выхода, отсутствие сведений о структуре модели.

---

\* Работа выполнена при частичной поддержке гранта ДВО РАН № 12-И-П17-02 по программе фундаментальных исследований Президиума РАН №17 «Динамические системы и теория управления» и гранта ДВО РАН 12-III-A-03-221.

Зачастую они препятствуют успешному применению регрессионного анализа [2-4], и приходится подбирать или разрабатывать методы, с помощью которых успешно преодолеваются возникающие трудности.

При решении задач стабилизации многомерных динамических объектов с запаздыванием – таких как ректификационные колонны нефтеперерабатывающих и нефтехимических производств, в которых число управляющих воздействий и управляемых переменных может достигать нескольких десятков, – находят широкое применение системы управления на основе прогнозирующих моделей. Очевидно, что их эффективность напрямую зависит от качества применяемых алгоритмов идентификации, которые должны обеспечивать минимальную ошибку прогноза в условиях нерегулярных измерений выхода. В отличие от известных постановок задач идентификации приходится работать в условиях различных частот квантования входных и выходных переменных. Это соответствует распространенной реальной ситуации, когда выход объекта (например, показатель качества производимого продукта технологического процесса) измеряется нерегулярно, в то время как значения других технологических переменных доступны на каждом такте управления. Кроме того, могут быть неизвестны структура и параметры модели объекта.

В статье обсуждается подход к решению задач идентификации систем управления для многомерных линейных динамических объектов с запаздыванием, с учетом неопределенности структуры, параметров модели объекта и нерегулярности измерений выхода на основе вейвлет-преобразований [5].

### **Постановка и анализ задачи**

Рассматривается многомерный линейный динамический объект с запаздыванием с неопределенными структурой и параметрами и нерегулярным измерением выхода. Ставится задача разработки алгоритма идентификации на основе вейвлет-преобразований, обеспечивающего учет динамических свойств объекта при нерегулярном измерении выхода.

Очевидно, что в динамике исследуемых объектов может присутствовать нестационарность количественных показателей в некоторые моменты времени. Кроме того, при построении модели возникают трудности из-за неизвестного запаздывания и нерегулярных измерений выхода.

В последние годы для изучения процессов с вышеописанными свойствами в технике, естествознании, экономике применяется метод вейвлет-анализа [6]. Он позволяет обнаружить моменты возникновения и исчезновения различных неожиданных и одиночных всплесков и эмпирически проверить, в какой именно момент времени они возникают и заканчиваются. С помощью вейвлет-преобразований имеющихся экспериментальных данных, полученных с объекта, делается попытка решить задачу идентификации модели объекта управления в условиях переменной (нерегулярной) задержки измерений выхода.

Для идентификации исследуемого объекта рассматривается разложение значений входных переменных по ортонормированным функциям, в качестве которых используется вейвлет-базис. Общий принцип построения базиса вейвлет-

преобразования состоит в использовании масштабного преобразования и смещений [5].

Методические приемы вейвлет-преобразования схематичны, их особенности вырабатываются, исходя из характеристик обрабатываемых данных, интересных результатов и имеющихся предпочтений. Это связано с тем, что математический аппарат вейвлет-анализа и его программные реализации достигли высокого уровня развития [6] и разные виды вейвлетов дают возможность настраивать используемые преобразования на выделение воздействий определенной формы. Так, непрерывное вейвлет-преобразование обеспечивает изучение детальной структуры входного воздействия, но требует больших затрат компьютерного времени. В то же время дискретное вейвлет-преобразование, скрывая некоторые второстепенные детали, выполняется на порядок быстрее [7].

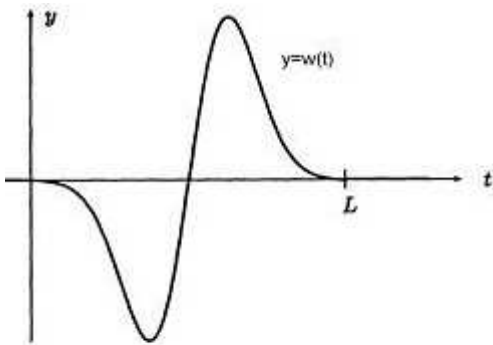


Рис. 1. Пример материнского вейвлета.

Согласно [8] сначала выбирается подходящий анализирующий вейвлет  $w$ , называемый материнским вейвлетом, или просто вейвлетом. На рис. 1 изображен  $w$ , имеющий компактный носитель  $[0, L]$ . Растянутые и сдвинутые копии вейвлета  $w$  мы будем называть вейвлетными функциями.

Любой из наиболее часто применяемых вейвлетов порождает полную ортонормированную систему функций с конечным носителем, построенных с использованием масштабного преобразования (скейлинг) и сдвигов. Именно за счет изменения масштабов вейвлеты способны выявить различие в характеристиках на разных шкалах, а путем сдвига – проанализировать свойства сигнала в разных точках на всем изучаемом интервале. В силу полноты этой системы можно выполнить обратное преобразование. При анализе нестационарных входных переменных (входных временных рядов) за счет свойства локальности вейвлеты получают существенное преимущество перед преобразованием Фурье, которое дает только глобальные сведения о частотах (масштабах) исследуемых временных рядов, поскольку используемая при этом система функций (синусы, косинусы или комплексные экспоненты) определена на бесконечном интервале.

### Использование вейвлетов при построении моделей объектов управления

На этапе поиска зависимости между входными переменными и выходом используется линейная регрессионная модель

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_M X_M, \quad (1)$$

$X_i$  –  $i$ -я входная переменная (регрессор);  $Y$  – выход объекта;  $b_i$  –  $i$ -й коэффициент модели,  $i = 0, 1, \dots, M$ ;  $M$  – количество входных переменных.

Значения выхода измеряются нерегулярно – соответственно измерений входящих воздействий значительно больше чем выходящих. Для заданной регрессионной модели число наблюдений входов должно соответствовать числу на-

блюдений выхода.

Использовались два подхода к формированию выборок входов, соразмерных выборке выхода.

*Подход 1.* Выполняется вейвлет-преобразование [5] входных переменных:

$$u_p = \sum_{i=1}^{n_k} s_{k,i} \varphi_{k,i} + \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} d_{j,i} w_{j,i}, \quad (2)$$

$u_p$  – последовательность значений  $p$ -го входа;  $\varphi$  – скейлинг-функция;  $w$  – базисный вейвлет;  $s_{k,i}$ ,  $d_{j,i}$  – вейвлет-коэффициенты;  $j = 1, 2, \dots, k$  – уровень разложения;  $n_j$  – количество коэффициентов на  $j$ -м уровне разложения.

Полученные на определенном уровне вейвлет-коэффициенты умножаются на дискретный вид сдвинутого масштабированного вейвлета  $w$  либо скейлинг-функции  $\varphi$ . В результате получается вектор:

$$f_j = \sum_{i=1}^{n_j} d_{j,i} w_{j,i}, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad f_{k+1} = \sum_{i=1}^{n_k} s_{k,i} \varphi_{k,i}. \quad (3)$$

Полученный вектор показывает вклад определенного уровня разложения (ограниченного спектра частот, зависящего от используемого материнского вейвлета) в образование входного воздействия.

Далее вычисляется среднее значение этого вектора на интервале, оканчивающемся временем получения очередного значения на выходе:

$$v_j = 1/K \sum_{i=1}^K f_j(i), \quad v_{k+1} = 1/K \sum_{i=1}^K f_{k+1}(i), \quad (4)$$

где  $K$  – число значений входного воздействия, предшествующих получению значения выхода.

Полученный вектор значений  $\mathbf{v}$  из  $(k+1)$ -го элемента формирует значения  $N = M(k+1)$  регрессоров (вейвлет-преобразованных входных переменных):

$$X_i(t) = v_j, \quad X_{i+1}(t) = v_{j+1}, \dots, \quad X_{i+k+1}(t) = v_{j+k+1}. \quad (5)$$

*Подход 2.* Проводится вейвлет-преобразование входных переменных (2). Получаем вектор (3).

Далее вычисляется среднее значение квадратов коэффициентов вектора (3) на интервале, оканчивающемся временем получения очередного значения на выходе:

$$v_j = 1/K \sum_{i=1}^K f_j^2(i), \quad v_{k+1} = 1/K \sum_{i=1}^K f_{k+1}^2(i), \quad (6)$$

где  $K$  – число значений входного воздействия, предшествующее получению значения выхода.

Полученный вектор значений  $\mathbf{v}$  из  $(k+1)$ -го элемента формирует значения регрессоров (5):

$$X_i(t) = v_j, \quad X_{i+1}(t) = v_{j+1}, \dots, \quad X_{i+k+1}(t) = v_{j+k+1}.$$

Количество регрессоров:  $N = M(k+1)$ , где  $M$  – количество входящих воздействий.

Для сравнения эффективности подходов регрессоры формируются также из входных воздействий путем нахождения их среднего значения за экспериментально определенное время, предшествующее получению значения выхода. Количество регрессоров:  $N = M$ , где  $M$  – число входных воздействий.

Критерием эффективности применения изложенных подходов выбран ко-

ээффициент детерминации  $R^2$  (доля объясненной дисперсии отклонений зависимой переменной от ее среднего значения [9])

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (y_i - y_i^m)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}, \quad (7)$$

где  $y_i$  – наблюдаемое значение выходной переменной;  $y_i^m$  – ее значение, предсказанное по уравнению регрессии;  $\bar{y}$  – среднее значение наблюдаемой выходной переменной.

Близость величины коэффициента детерминации к единице свидетельствует о большей эффективности подхода и означает более существенную зависимость между выходной переменной и регрессорами.

В табл. 1 приведены коэффициенты детерминации, для различных вейвлетов (использовались вейвлеты Добеши (dbN), Симплета (symN), Койфлета (coifN), где  $N$  – порядок вейвлета) для двух описанных подходов, полученные по тестовым данным для модели объекта с двумя входами и одним выходом.

Таблица 1

Вейвлет	Усредненные входы		Подход 1		Подход 2	
	Коэффициенты детерминации					
	обуч.	обобщ.	обуч.	обобщ.	обуч.	обобщ.
db2	0.1725	0.1724	0.3307	0.3444	0.3334	0.3429
db3	0.1725	0.1724	0.3129	0.3289	0.3059	0.3215
db4	0.1725	0.1724	0.2986	0.3134	0.2745	0.2904
db5	0.1725	0.1724	0.3152	0.3316	0.3125	0.3253
db6	0.1725	0.1724	0.3227	0.3382	0.3174	0.3367
sym4	0.1725	0.1724	0.3094	0.3234	0.2926	0.3089
sym6	0.1725	0.1724	0.3088	0.3255	0.2875	0.3083
sym9	0.1725	0.1724	0.3309	0.3464	0.3266	0.3387
coif1	0.1725	0.1724	0.3188	0.3329	0.3086	0.3234
coif2	0.1725	0.1724	0.3114	0.3244	0.287	0.3054
coif3	0.1725	0.1724	0.301	0.3153	0.2758	0.2938

Объект состоит из двух аperiodических звеньев, сумма значений которых образует выход объекта. Первое входящее воздействие поступает на аperiodическое звено (аperiodическое звено 1 на рис. 2) с передаточной функцией  $G(s) = 5/(30s + 1)$ . Второе входящее воздействие поступает на аperiodическое звено (аperiodическое звено 2 на рис. 2) с передаточной функцией  $G(s) = 15/(130s + 1)$ .

Входящие воздействия формируются из трех составляющих:

случайный сигнал с нормальным распределением, параметрами которого служат его среднее значение, дисперсия, начальное значение;

синусоидальный сигнал, выходной сигнал которого в этом режиме соответствует выражению  $y = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + c$ , где  $A$  – амплитуда;  $c$  – постоянная составляющая сигнала;  $\omega$  – частота (рад/с);  $\varphi$  – начальная фаза (рад);  $t$  – шаг модельного времени;

периодический сигнал, параметрами которого являются вектор значений

модельного времени и вектор значений сигнала для моментов этого времени.

Параметры трех составляющих для первого входящего воздействия:

случайный сигнал 1 с начальным и средним значениями 0 и дисперсией, равной 4;

синусоидальный сигнал 1 с  $A = 1.5$ ,  $c = 3$ ,  $\omega = 0.1$ ,  $\varphi$  и шагом модельного времени, равными 0;

периодический сигнал 1 с вектором значений модельного времени из диапазона  $[0, 200]$  и вектором значений сигнала из диапазона  $[1, 4]$ .

Параметры трех составляющих для второго входящего воздействия:

случайный сигнал 2 с начальным и средним значениями 0 и дисперсией, равной 3;

синусоидальный сигнал 2 с  $A = 1$ ,  $c = 3$ ,  $\omega = 0.01$ ,  $\varphi$  и шагом модельного времени, равными 0;

периодический сигнал 2 с вектором значений модельного времени из диапазона  $[0, 20]$  и вектором значений сигнала из диапазона  $[1, 4]$ .

Для моделирования использовался пакет MATLAB SIMULINK. Схема смоделированной системы приведена на рис. 2.

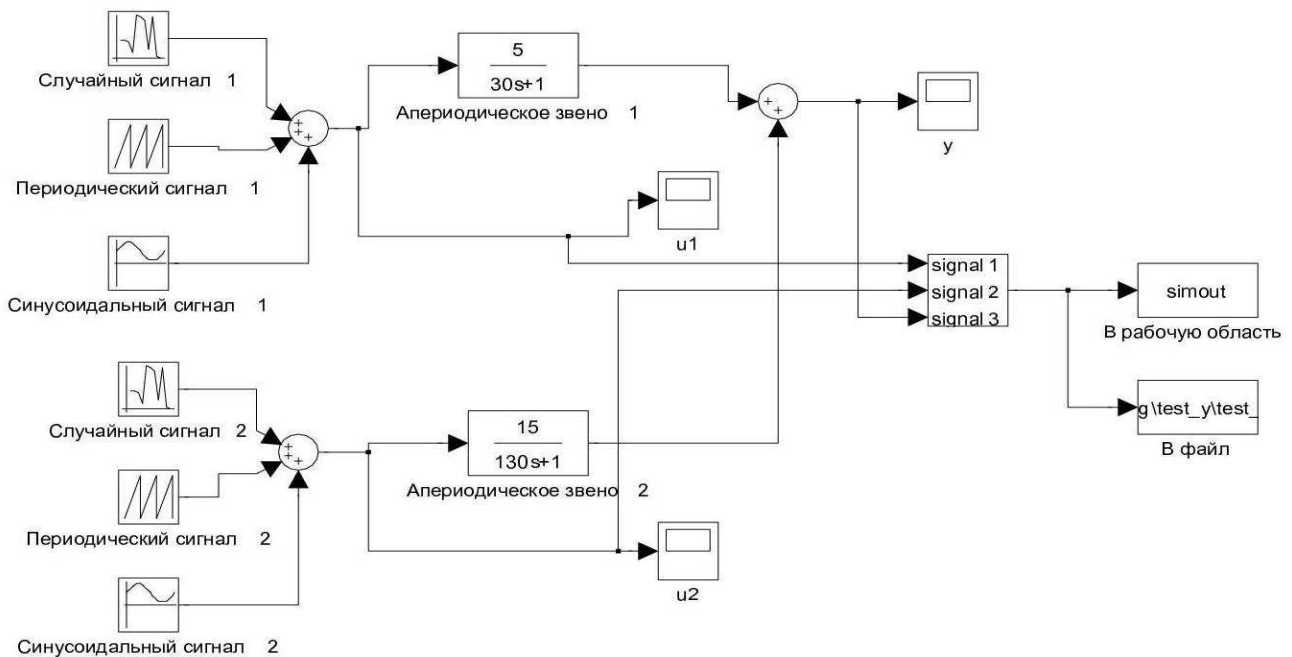


Рис. 2. Схема смоделированного процесса.

Блоки  $u1$ ,  $u2$ ,  $y$  позволяют наблюдать за изменениями сигналов в процессе моделирования. Блок «в файл» записывает данные, поступающие на его вход, в файл. Блок «в рабочую область» записывает данные, поступающие на его вход, в рабочую область MATLAB. Нерегулярность в измерении данных выхода достигалась использованием одного измерения на  $60 \pm 10$  тактов, т.е. интервал измерений выхода брался непостоянным. Было задано пять уровней в вейвлет-разложении. Данные о воздействиях были разбиты на обучающую выборку, включающую 80% значений, и обобщающую, включающую 20% значений, интервал усреднения входящих воздействий равен 5.

В табл. 2 приведены значения коэффициента детерминации, полученные при подходах 1 и 2 при использовании тех же тестовых данных, в зависимости от количества уровней разложения в вейвлет-преобразовании. Использовался вейвлет Добеши 2 порядка (db2).

Таблица 2

Уровень разложения	Усредненные значения входных воздействий		Подход 1		Подход 2	
	Коэффициенты детерминации					
	обучающая выборка	обобщающая выборка	обучающая выборка	обобщающая выборка	обучающая выборка	обобщающая выборка
1	0.1725	0.1724	0.161	0.157	0.1532	0.1477
2	0.1725	0.1724	0.1665	0.1619	0.1527	0.147
3	0.1725	0.1724	0.1992	0.1997	0.1886	0.1857
4	0.1725	0.1724	0.269	0.2803	0.2691	0.2788
5	0.1725	0.1724	0.3307	0.3444	0.3334	0.3429
6	0.1725	0.1724	0.3572	0.369	0.3249	0.3339
7	0.1725	0.1724	0.3608	0.3731	0.2778	0.2777
8	0.1725	0.1724	0.3635	0.3733	0.1953	0.1856
9	0.1725	0.1724	0.3641	0.3747	0.0595	0.0338
10	0.1725	0.1724	0.3656	0.3763	0.0442	0.0183

На рис. 3 – 5 показаны результаты моделирования выхода при заданных выше параметрах и использовании вейвлета Добеши 2 порядка (db2).

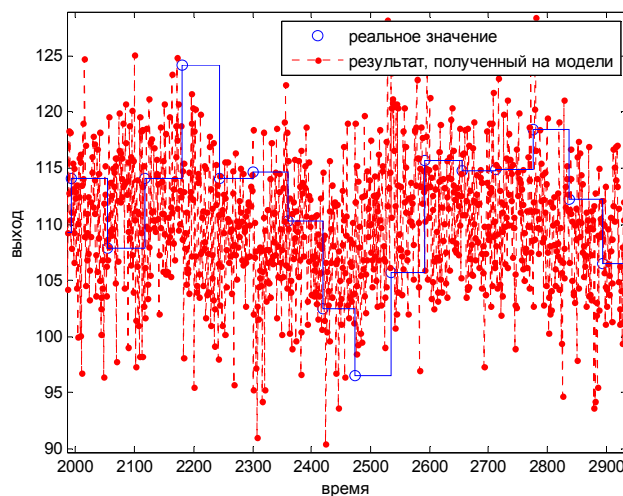


Рис. 3. Регрессоры формируются из входящих сигналов путем нахождения среднего значения сигналов за 5 минут.

В табл. 3 приведены коэффициенты детерминации, полученные для промышленных данных с помощью различных вейвлетов при *подходах 1 и 2*.

Использовано несколько уровней вейвлет-разложения при  $M = 5$  входных воздействий, формирующих регрессоры, состоящие из  $K = 351$  значений, разбитых на обучающую выборку, включающую 80% значений, и обобщающую, включающую 20% значений. Интервал усреднения входящих воздействий равен 50.

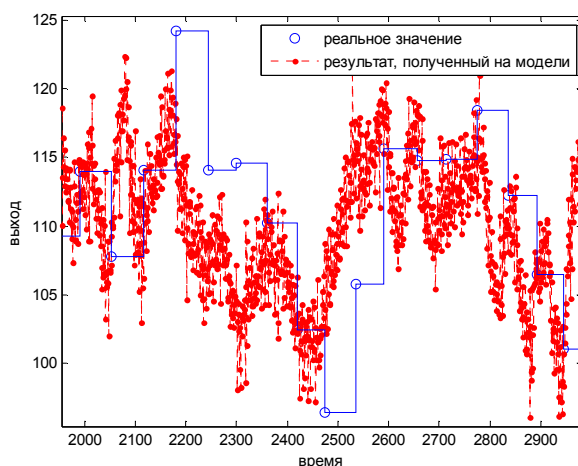


Рис. 4. Регрессоры, формирующиеся с помощью первого подхода.

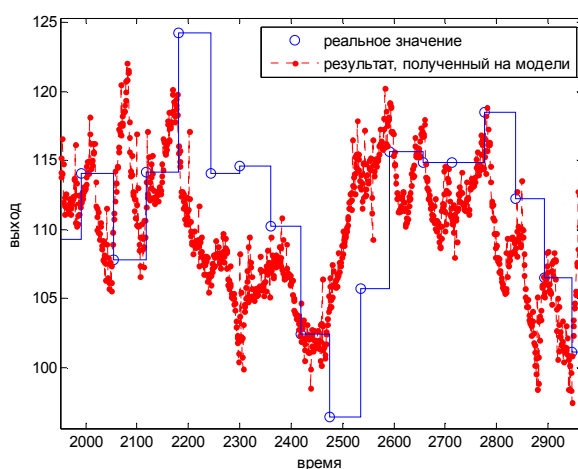


Рис. 5. Регрессоры, формирующиеся с помощью второго подхода.

Таблица 3

Вейвлеты	Усредненные значения входных воздействий		Подход 1		Подход 2	
	Коэффициенты детерминации					
	обучающая выборка	обобщающая выборка	обучающая выборка	обобщающая выборка	обучающая выборка	обобщающая выборка
db2	0.3072	0.2538	0.3778	0.2929	0.373	0.1578
db3	0.3072	0.2538	0.3517	0.2795	0.3601	0.2121
db4	0.3072	0.2538	0.367	0.2751	0.3347	0.0155
db5	0.3072	0.2538	0.3357	0.2606	0.3824	0.2461
db6	0.3072	0.2538	0.3594	0.2791	0.3618	0.1535
sym4	0.3072	0.2538	0.3764	0.2666	0.3589	0.2171
sym6	0.3072	0.2538	0.3809	0.2682	0.3615	0.1242
sym9	0.3072	0.2538	0.3844	0.2606	0.3673	0.1912
coif1	0.3072	0.2538	0.351	0.2588	0.3314	0.1906
coif2	0.3072	0.2538	0.3813	0.2535	0.3586	0.0511
coif3	0.3072	0.2538	0.3679	0.2553	0.3309	0.0305

В табл. 4 приведены коэффициенты детерминации для тех же промышленных данных, полученные при *подходах 1 и 2* в зависимости от количества уровней разложения в вейвлет-преобразовании.



Таблица 4

Уровень разложения	Усредненные значения входных воздействий		Подход 1		Подход 2	
	Коэффициенты детерминации					
	обучающая выборка	обобщающая выборка	обучающая выборка	обобщающая выборка	обучающая выборка	обобщающая выборка
1	0.3072	0.2538	0.3196	0.2544	0.2912	0.2357
2	0.3072	0.2538	0.3339	0.2592	0.2942	0.2369
3	0.3072	0.2538	0.3676	0.2862	0.3099	0.2454
4	0.3072	0.2538	0.3704	0.2832	0.353	0.1261
5	0.3072	0.2538	0.3778	0.2929	0.373	0.1578
6	0.3072	0.2538	0.3938	0.2703	0.3828	0.0706
7	0.3072	0.2538	0.4132	0.2904	0.4104	0.0704
8	0.3072	0.2538	0.4312	0.3016	0.4269	0.1493
9	0.3072	0.2538	0.4355	0.3091	0.4256	0.1044
10	0.3072	0.2538	0.4446	0.3244	0.4265	0.0996

На рис. 6 представлена зависимость коэффициента детерминации  $R^2$  от количества уровней разложения в вейвлет-преобразовании для *подхода 1*. Использовался вейвлет Добеши 2 порядка (db2). По мере увеличения уровней разложения возрастает количество регрессоров и повышается  $R^2$ , но до определенного максимального значения (в нашем случае 30-32 уровней разложения). Дальнейшее увеличение количества уровней разложения вызывает обратный эффект: снижение  $R^2$  на обобщающей (тестовой) выборке, что связано с переобучением или переподгонкой модели для набора известных данных обучающей выборки. Отметим, что переобучение возникает при использовании избыточно сложных моделей, а в данном случае избыточное усложнение модели происходит из-за повышения уровня разложения.

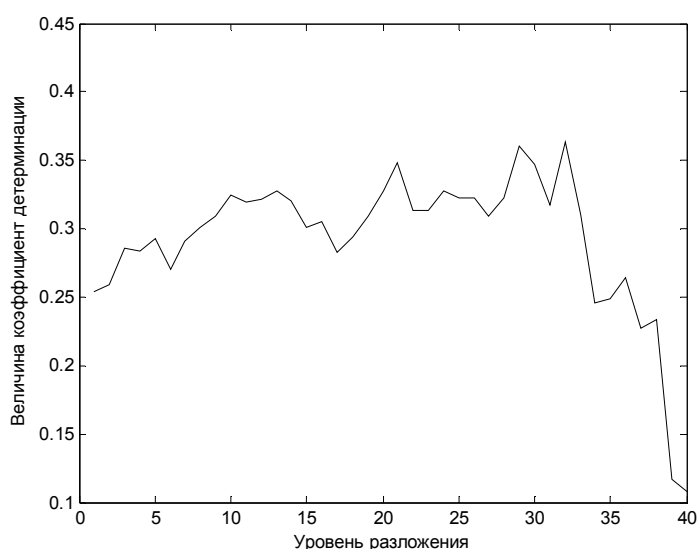


Рис. 6. Зависимость величины коэффициента детерминации от количества уровней разложения в вейвлет-преобразовании.

Полученные результаты свидетельствуют о более высокой эффективности использования *подхода 1*. Использование *подхода 1* при выборе подходящего

вейвлета превосходит эффективность подхода, использующего в качестве регрессоров среднего значения сигналов на интервале, предшествующему получению значению сигнала на выходе.

### Заключение

Выбор подходящего вейвлета в вейвлет-преобразовании входящих воздействий повышает величину коэффициента детерминации в 1.8-1.9 раза (табл. 1) относительно простого усреднения входящих воздействий при использовании линейной регрессионной модели для идентификации объекта.

Подбор количества уровней разложения в вейвлет-преобразовании влияет на эффективность результатов идентификации таким образом, что величина коэффициента детерминации на обобщающей выборке увеличивается для каждого конкретного объекта управления до определенного максимального значения в зависимости от количества уровней разложения в вейвлет-преобразовании (рис. 6).

Результаты использования *подхода 1* более высоки, чем результаты использования *подхода 2*. Дальнейшие исследования будут направлены на усовершенствование метода идентификации на основе вейвлет-преобразования в условиях нерегулярности измерений выхода.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Дилигенская А.Н.* Идентификация объектов управления. – Самара: Самарский государственный технический университет, 2009.
2. *Бокс Д., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов. Прогноз и управление. – М.: Мир, 1974. Вып. 1.
3. *Гроп Д.* Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979.
4. *Ли Р.* Оптимальные оценки, определение характеристик и управление. – М.: Наука, 1966.
5. *Дремин И.М., Иванов О.В., Нечитайло В.А.* Вейвлеты и их использование // Успехи физических наук. – 2001. – Т. 171, № 5. – С. 465-501.
6. *Дьяконов В.П.* Вейвлеты. От теории к практике. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Солон-Пресс, 2004.
7. *Смоленцев Н.К.* Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. – М.: ДМК-Пресс, 2005.
8. *Блаттер К.* Вейвлет-анализ. Основы теории. – М.: Техносфера, 2004.
9. *Ершов Э.Б.* Распространение коэффициента детерминации на общий случай линейной регрессии, оцениваемой с помощью различных версий метода наименьших квадратов (рус., англ.) // ЦЭМИ РАН Экономика и математические методы. – М.: ЦЭМИ РАН. – 2002. – Т. 38, Вып. 3. – С. 107-120.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии О.В. Абрамовым.*

*E-mail:*

*Гончаров Антон Александрович – antalg@mail.ru;*

*Дуго Галина Борисовна – bernatsk@iacp.dvo.ru;*

*Дуго Наталья Борисовна – digo@iacp.dvo.ru;*

*Торгашев Андрей Юрьевич – torgashov@iacp.dvo.ru.*