УДК 004.052.32+681.518.5

© 2013 г. **Д.В. Ефанов**, канд. техн. наук
(Петербургский государственный университет путей сообщения)

ТРИ ТЕОРЕМЫ О КОДАХ БЕРГЕРА В СХЕМАХ ВСТРОЕННОГО КОНТРОЛЯ

Приводятся результаты исследований свойств кодов Бергера в схемах встроенного контроля на случай возникновения искажений в информационных векторах кодов. Доказана теорема о доле необнаруживаемых ошибок информационных разрядов четной кратности от общего числа ошибок этой же кратности. На основании первой теоремы доказаны две предельные теоремы на случай увеличения кратности необнаруживаемых искажений, а также числа информационных разрядов.

Ключевые слова: код Бергера, функциональный контроль, информационные разряды, необнаруживаемая ошибка.

Введение

В системах автоматического управления для достижения высокого уровня надежности и безопасности функционирования применяются встроенные средства контроля. По своей сути это техническое диагностирование, проводимое либо периодически в специально отведенные для этого временные ресурсы (такой способ применяют при резервировании отдельных узлов), либо непрерывно в процессе реализации контролируемым устройством своих основных функций. Первого вида контроль получил название тестового, а второй – функционального (рабочего) диагностирования [1]. Теории функционального контроля, развивающейся со второй половины XX в. по настоящее время, и посвящена настоящая работа.

На рис. 1 приведена схема функционального контроля. Устройство логики $F(x)$ реализует систему булевых функций $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_m(x)$. При этом выходы блока $F(x)$ сопоставляют с информационным вектором длины m. При работе могут возникать искажения во внутренней структуре блока $F(x)$, приводящие к искажениям и самих функций $f_i(x)$. Поскольку внутри устройства $F(x)$ возможны произвольные соединения, то могут присутствовать и искажения выходных функций различных кратностей d. Рабочие выходы $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_m(x)$ требуется контролировать, с этой целью параллельно блоку $F(x)$ ставится блок $G(x)$, вычисляющий систему контрольных функций $g_1(x), g_2(x), \ldots, g_k(x)$. Таким образом, на выходах обоих блоков образуется параллельный равномерный код. Устройство сравнения (тестер), входящее в схему функционального контроля, позволяет определять факт соответствия значений информационных функций $f_1(x)$, $f_2(x)$, …, $f_m(x)$ значениям контрольных $g_1(x)$, $g_2(x)$, …, $g_k(x)$ и в случае наличия искажений формировать специальный контрольный сигнал. Для обеспечения свойства самопроверяемости всей схемы данный сигнал реализуется в парафазной логике, т.е. при наличии искажений во всем устройстве формируется защитный сигнал 00 или 11, а при нормальной работе – один из парафазных сигналов 01 или 10 [2].

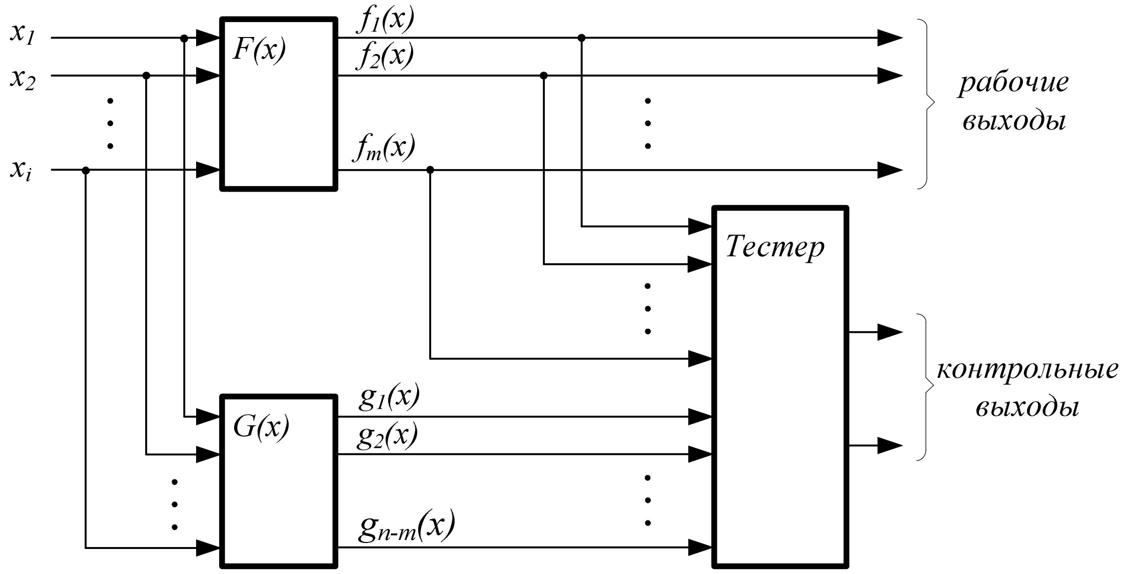

Рис. 1. Схема функционального контроля.

Существует большое разнообразие равномерных избыточных кодов, пригодных для организации схем функционального контроля [2, 3].Часто используют так называемый код Бергера (код с суммированием, (n,m)-код, где m–длина информационного вектора; $n = m + k$ – длина вектора кода; k – длина контрольного вектора), впервые опубликованный в [4]. Данный код содержит контрольный вектор, в котором записывается двоичное число, равное весу (количеству единиц) информационного слова. Исходя из этого число контрольных разрядов определяется в виде $k =]\log_2(m+1)[$, где запись $]\alpha[$ обозначает целое сверху от α.

Отдельным направлением в теории функционального контроля стоит вопрос синтеза самопроверяемых тестеров. Одной из первых работ по синтезу тестеров кодов Бергера является [5]. Ряд методов синтеза самопроверяемых тестеров кодов с суммированием изложен в [6 – 9].

В настоящей статье приводится характеристика искажений в информационных векторах кодов Бергера, а также доказаны некоторые замечательные свойства рассматриваемых кодов по обнаружению искажений в схемах встроенного контроля.

Об ошибках в информационных разрядах кодов Бергера

Правила построения контрольных векторов кодов Бергера таковы, что код обнаруживает любые однонаправленные ошибки (когда возможны только ошибки 0→1 или только 1→0). Это свойство кодов Бергера позволяет применять их в асимметричных каналах передачи данных [4].

Если рассматривать коды Бергера в схемах встроенного контроля при раздельной реализации контролируемого и контролирующего устройств, так как это показано на рис. 1, то уместно рассматривать свойства кодов по обнаружению ошибок в информационном или контрольном векторах, формируемых на выходах соответствующих блоков. Ошибки контрольных разрядов кодов Бергера всегда обнаруживаются схемой тестера, так как нарушается соответствие между весом информационного слова и значением контрольного. Ошибки, возникающие в информационных разрядах, могут не обнаруживаться, поскольку при одинаковом весе информационного слова все контрольные слова одинаковы.

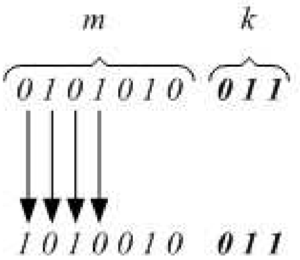

Рис. 2. Необнаруживаемая ошибка в информационном векторе кода Бергера (10,7).

Структура основного устройства логики $F(x)$ может быть такова, что внутренние дефекты смогут исказить произвольное количество выходных функций $f_1(x)$, $f_2(x)$, …, $f_m(x)$. Таким образом, в общем случае возможны любые варианты искажений. На рис. 2 приведен пример необнаруживаемой ошибки кратности $d = 4$.

Вообще, коды Бергера обнаруживают любые ошибки нечетной кратности, что объясняется линейностью функции младшего контрольного разряда [9]. Ошибки четной кратности, сохраняющие вес искажаемого слова, не обнаруживаются.

В табл. 1 дано распределение необнаруживаемых искажений информационных разрядов в некоторых кодах Бергера, полученное экспериментальными расчетами.

Таблица 1

Код	Кратность							
	2	4	6	8	10	12	14	2 – 14
(4,2)	2							2
(5,3)	12							12
(7,4)	48	6						54
(8,5)	160	60						220
(9,6)	480	360	20					860
(10,7)	1344	1680	280					3304
(12,8)	3584	6720	2240	70				12614
(13,9)	9216	24192	13440	1260				48108
(14,10)	23040	80640	67200	12600	252			183732
(15,11)	56320	253440	295680	92400	5544			703384
(16,12)	135168	760320	1182720	554400	66528	924		2700060
(17,13)	319488	2196480	4392960	2882880	576576	24024		10392408
(18,14)	745472	6150144	15375360	13453440	4036032	336336	3432	40100216
(19,15)	1720320	16773120	51251200	57657600	24216192	3363360	102960	155084752

Свойства кодов Бергера по обнаружению ошибок в информационных разрядах

В [10, 11] рассмотрены свойства кодов Бергера по обнаружению ошибок в информационных разрядах кодов. Там же приводится формула расчета числа необнаруживаемых искажений в информационных разрядах кодов Бергера:

$$N_m = \sum_{d=2}^{m,(m-1)} \left(\sum_{r=\frac{d}{2}}^{m-\frac{d}{2}} C_m^r C_r^{\frac{d}{2}} C_{m-r}^{\frac{d}{2}} \right), \tag{1}$$

где k =2, 4, …, m, если m – четное число; k = 2, 4, …, m – 1, если m – нечетное число.

Формула основана на разбиении информационных векторов кодов Бергера на контрольные группы по значению веса r. Выражение в скобках формулы (1) – это сумма необнаруживаемых ошибок одной кратности d. Выражение (1) позволяет доказать следующее свойство кодов Бергера.

Теорема 1. Доля необнаруживаемых ошибок информационных разрядов кратности d от общего числа ошибок информационных разрядов данной кратности не зависит от числа информационных разрядов и является постоянной величиной

$$\beta_d = 2^{-d} C_d^{\frac{d}{2}}. \tag{2}$$

Доказательство. Каждый информационный вектор длины m может иметь C_m^d искажений кратности d. Так как общее число информационных векторов при обозначенной выше длине равно 2^m, то общее число ошибок зафиксированной кратности можно рассчитать как произведение $2^m C_m^d$. Поместим данную величину в знаменатель, а в числитель – формулу расчета числа необнаруживаемых искажений заданной кратности, тем самым получим выражение, описывающее величину

$$\beta_d = \frac{\sum_{r=\frac{d}{2}}^{m-\frac{d}{2}} C_m^d C_{m-r}^{\frac{d}{2}} C_r^{\frac{d}{2}}}{2^m C_m^d}. \tag{3}$$

В формулировке теоремы утверждается, что данная величина не зависит от m и является постоянной величиной при заданном d. Покажем это.

Положим $d = m - a$ ($d \le m$, d – четное), т.е. $m = d + a$. Тогда выражение (3) нетрудно переписать следующим образом:

$$\beta_d = \frac{\sum_{r=\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}+a} C_{d+a}^d C_{d+a-r}^{\frac{d}{2}} C_r^{\frac{d}{2}}}{2^{d+a} C_{d+a}^d}. \tag{4}$$

Запишем числитель выражения (4) в виде:

$$\sum_{r=\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}+a} C_{d+a}^{d} C_{d+a-r}^{\frac{d}{2}} C_{r}^{\frac{d}{2}} = C_{d+a}{}^{\frac{d}{2}} C_{d+a-\frac{d}{2}}{}^{\frac{d}{2}} C_{\frac{d}{2}}{}^{\frac{d}{2}} + C_{d+a}{}^{\frac{d}{2}+1} C_{d+a-\left(\frac{d}{2}+1\right)}{}^{\frac{d}{2}} C_{\frac{d}{2}+1}{}^{\frac{d}{2}} +$$

$$+ C_{d+a}{}^{\frac{d}{2}+2} C_{d+a-\left(\frac{d}{2}+2\right)}{}^{\frac{d}{2}} C_{\frac{d}{2}+2}{}^{\frac{d}{2}} + \ldots + C_{d+a}{}^{\frac{d}{2}+(a-2)} C_{d+a-\left(\frac{d}{2}+(a-2)\right)}{}^{\frac{d}{2}} C_{\frac{d}{2}+(a-2)}{}^{\frac{d}{2}} + \qquad (5)$$

$$+ C_{d+a}{}^{\frac{d}{2}+(a-1)} C_{d+a-\left(\frac{d}{2}+(a-1)\right)}{}^{\frac{d}{2}} C_{\frac{d}{2}+(a-1)}{}^{\frac{d}{2}} + C_{d+a}{}^{\frac{d}{2}+a} C_{d+a-\left(\frac{d}{2}+a\right)}{}^{\frac{d}{2}} C_{\frac{d}{2}+a}{}^{\frac{d}{2}}.$$

Исходя из свойств комбинаторных выражений [12] в записи (5), можно заключить, что:

$$C_{\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} = 1;$$

$$C_{d+a}^{\frac{d}{2}} = C_{d+a}^{\frac{d}{2}+a} = \frac{(d+a)!}{\frac{d}{2}!\left(\frac{d}{2}+a\right)!};$$

$$C_{d+a}^{\frac{d}{2}+1} = C_{d+a}^{\frac{d}{2}+a-1} = \frac{(d+a)!}{\left(\frac{d}{2}+1\right)!\left(\frac{d}{2}+a-1\right)!}; \qquad (6)$$

$$\ldots$$

$$C_{d+a}^{\frac{d}{2}+2} = C_{d+a}^{\frac{d}{2}+a-2} = \frac{(d+a)!}{\left(\frac{d}{2}+2\right)!\left(\frac{d}{2}+a-2\right)!}.$$

Применяя формулы (6), упростим выражение (5):

$$\sum_{r=\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}+a} C_{d+a}^{d} C_{d+a-r}^{\frac{d}{2}} C_{r}^{\frac{d}{2}} = C_{d+a}{}^{\frac{d}{2}} C_{\frac{d}{2}+a}{}^{\frac{d}{2}} \cdot 1 +$$

$$+ C_{d+a}{}^{\frac{d}{2}+1} C_{\frac{d}{2}+a-1}{}^{\frac{d}{2}} C_{\frac{d}{2}+1}{}^{\frac{d}{2}} +$$

$$+ C_{d+a}{}^{\frac{d}{2}+2} C_{\frac{d}{2}+a-2}{}^{\frac{d}{2}} C_{\frac{d}{2}+2}{}^{\frac{d}{2}} + \ldots + \qquad (7)$$

$$+ C_{d+a}{}^{\frac{d}{2}+a-2} C_{\frac{d}{2}+2}{}^{\frac{d}{2}} C_{\frac{d}{2}+a-2}{}^{\frac{d}{2}} +$$

$$+ C_{d+a}{}^{\frac{d}{2}+a-1} C_{\frac{d}{2}+1}{}^{\frac{d}{2}} C_{\frac{d}{2}+a-1}{}^{\frac{d}{2}} + C_{d+a}{}^{\frac{d}{2}+a} \cdot 1 \cdot C_{\frac{d}{2}+a}{}^{\frac{d}{2}}.$$

Выполним преобразования в выражении (7):

$$\sum_{r=\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}+a} C_{d+a}^{d} C_{d+a-r}^{\frac{d}{2}} C_{r}^{\frac{d}{2}} =$$

$$= \frac{(d+a)!}{\frac{d}{2}!\left(\frac{d}{2}+a\right)!} \cdot \frac{\left(\frac{d}{2}+a\right)!}{\frac{d}{2}!a!} + \frac{(d+a)!}{\left(\frac{d}{2}+1\right)!\left(\frac{d}{2}+a-1\right)!} \cdot \frac{\left(\frac{d}{2}+a-1\right)!}{\frac{d}{2}!(a-1)!} \cdot \frac{\left(\frac{d}{2}+1\right)!}{\frac{d}{2}!\cdot 1!} +$$

$$+ \frac{(d+a)!}{\left(\frac{d}{2}+2\right)!\left(\frac{d}{2}+a-2\right)!} \cdot \frac{\left(\frac{d}{2}+a-2\right)!}{\frac{d}{2}!(a-2)!} \cdot \frac{\left(\frac{d}{2}+2\right)!}{\frac{d}{2}!\cdot 2!} + \ldots +$$

$$+ \frac{(d+a)!}{\left(\frac{d}{2}+2\right)!\left(\frac{d}{2}+a-2\right)!} \cdot \frac{\left(\frac{d}{2}+2\right)!}{\frac{d}{2}!\cdot 2!} \cdot \frac{\left(\frac{d}{2}+a-2\right)!}{\frac{d}{2}!(a-2)!} +$$

$$+ \frac{(d+a)!}{\left(\frac{d}{2}+1\right)!\left(\frac{d}{2}+a-1\right)!} \cdot \frac{\left(\frac{d}{2}+a-1\right)!}{\frac{d}{2}!(a-1)!} \cdot \frac{\left(\frac{d}{2}+1\right)!}{\frac{d}{2}!\cdot 1!} + \tag{8}$$

$$+ \frac{(d+a)!}{\frac{d}{2}!\left(\frac{d}{2}+a\right)!} \cdot \frac{\left(\frac{d}{2}+a\right)!}{\frac{d}{2}!a!}.$$

Упростим формулу (8), вынеся за скобки общий множитель:

$$\sum_{r=\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}+a} C_{d+a}^{d} C_{d+a-r}^{\frac{d}{2}} C_{r}^{\frac{d}{2}} = \frac{(d+a)!}{\frac{d}{2}!\frac{d}{2}!a!} + \frac{(d+a)!}{\frac{d}{2}!\frac{d}{2}!(a-1)!} +$$

$$+ \frac{(d+a)!}{\frac{d}{2}!\frac{d}{2}!2!(a-2)!} + \ldots +$$

$$+ \frac{(d+a)!}{\frac{d}{2}!\frac{d}{2}!2!(a-2)!} + \frac{(d+a)!}{\frac{d}{2}!\frac{d}{2}!(a-1)!} + \frac{(d+a)!}{\frac{d}{2}!\frac{d}{2}!a!} =$$

$$= \frac{(d+a)!}{\frac{d}{2}!\frac{d}{2}!}\left(\frac{1}{a!} + \frac{1}{(a-1)!1!} + \frac{1}{(a-2)!2!} + \ldots +.\right.$$

$$\left. + \frac{1}{(a-2)!2!} + \frac{1}{(a-1)!1!} + \frac{1}{a!}\right) \tag{9}$$

Вернемся к выражению (4) и подставим вычисленный числитель:

$$\beta_d = \frac{\sum_{r=\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}+a} C_{d+a}^{d} C_{d+a-r}^{\frac{d}{2}} C_r^{\frac{d}{2}}}{2^{d+a} C_{d+a}^{d}} =$$

$$= \frac{\frac{(d+a)!}{\frac{d}{2}!\frac{d}{2}!}\left(\frac{1}{a!} + \frac{1}{(a-1)!1!} + \frac{1}{(a-2)!2!} + \ldots + \frac{1}{(a-2)!2!} + \frac{1}{(a-1)!1!} + \frac{1}{a!}\right)}{2^{d+a}\frac{(d+a)!}{d!a!}} =$$

$$= \frac{\frac{d!a!}{\frac{d}{2}!\frac{d}{2}!}\left(\frac{1}{a!} + \frac{1}{(a-1)!1!} + \frac{1}{(a-2)!2!} + \ldots + \frac{1}{(a-2)!2!} + \frac{1}{(a-1)!1!} + \frac{1}{a!}\right)}{2^{d+a}} =$$

$$= \frac{C_d^{\frac{d}{2}}\left(\frac{a!}{a!} + \frac{a!}{(a-1)!1!} + \frac{a!}{(a-2)!2!} + \ldots + \frac{a!}{(a-2)!2!} + \frac{a!}{(a-1)!1!} + \frac{a!}{a!}\right)}{2^{d+a}} =$$

$$= \frac{C_d^{\frac{d}{2}}\left(1 + \frac{a}{1!} + \frac{(a-1)a}{2!} + \ldots + \frac{(a-1)a}{2!} + \frac{a}{1!} + 1\right)}{2^{d+a}} = \frac{C_d^{\frac{d}{2}} 2^a}{2^{d+a}} = 2^{-d} C_d^{\frac{d}{2}}. \qquad (10)$$

В последней строке формулы (10) в скобках находится сумма биномиальных коэффициентов, она равна 2^a [12]. По результату видно, что конечное выражение не зависят от длины информационного вектора m, а связано только с кратностью ошибки. *Теорема доказана.*

В табл. 2 приводятся значения величины β_d при различных значениях кратности необнаруживаемых искажений d. Из табл. 2 и рис. 3 видно, что с увеличением кратности d доля необнаруживаемых искажений от общего числа искажений данной кратности уменьшается от 0,5 до 0.

Таблица 2

d	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	…	100
β_d	0,5	0,375	0,3125	0,27344	0,24609	0,22559	0,20947	0,19638	0,18547	0,1762	…	0,07959

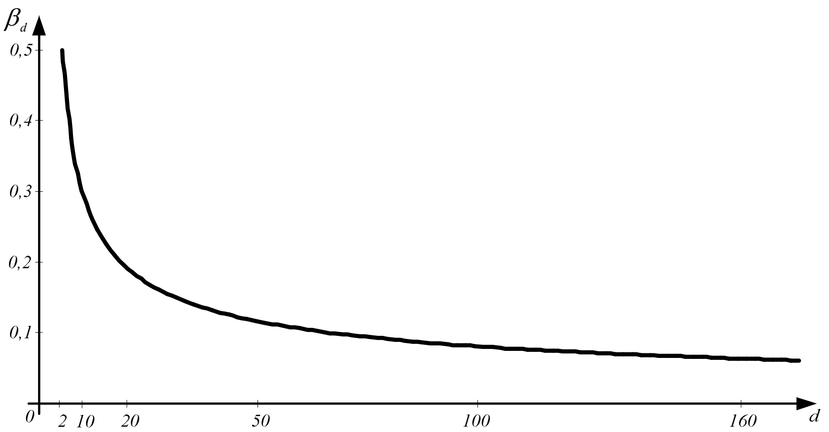

Рис. 3. Зависимость величины β_d от d.

Справедливо такое свойство кодов Бергера.

Теорема 2. Для кодов Бергера с увеличением кратности d доля необнаруживаемых ошибок от общего числа ошибок данной кратности уменьшается и стремится к нулю при $d \to \infty$.

Доказательство. Для доказательства формулировки теоремы 2 воспользуемся формулой Стирлинга [12]:

$$d! \approx \sqrt{2\pi} e^{-d} d^{d+\frac{1}{2}}.$$

Имеем:

$$\lim_{d\to\infty} \beta_d = \lim_{d\to\infty} 2^{-d} C_d^{\frac{d}{2}} = \lim_{d\to\infty} \frac{2^{-d} d!}{\frac{d}{2}!\frac{d}{2}!} =$$

$$= \lim_{d\to\infty} \frac{2^{-d}\sqrt{2\pi d}\, d^d e^{-d}}{\sqrt{2\pi\frac{d}{2}}\left(\frac{d}{2}\right)^{\frac{d}{2}} e^{-\frac{d}{2}} \cdot \sqrt{2\pi\frac{d}{2}}\left(\frac{d}{2}\right)^{\frac{d}{2}} e^{-\frac{d}{2}}} =$$

$$= \lim_{d\to\infty} \frac{2^{-d}\sqrt{2\pi d}\, d^d e^{-d}}{2\pi\frac{d}{2}\left(\frac{d}{2}\right)^{\frac{d}{2}+\frac{d}{2}} e^{-\frac{d}{2}-\frac{d}{2}}} = \lim_{d\to\infty} \frac{2^{-d}\sqrt{2\pi d}\, d^d}{2\pi\frac{d}{2}\cdot\frac{d^d}{2^d}} = \lim_{d\to\infty} \frac{2^{-2d}\sqrt{2\pi d}}{\pi d} =$$

$$= \lim_{d\to\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{2^{-2d}}{\sqrt{d}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \lim_{d\to\infty} \frac{2^{-2d}}{\sqrt{d}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\lim_{d\to\infty} \frac{1}{\sqrt{d}} \cdot \lim_{d\to\infty} 2^{-2d} \right) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot (0 \cdot 0) = 0. \tag{11}$$

Теорема доказана.

Теорема 3. Доля необнаруживаемых ошибок информационных разрядов четной кратности от общего числа ошибок информационных разрядов в коде Бергера стремится к нулю при $m \to \infty$.

Доказательство. Используя выражения (2) и (3), приходим к следующей формуле расчета числа необнаруживаемых искажений кратности d:

$$N_d = C_m^d C_d^{\frac{d}{2}} 2^{m-d}. \tag{12}$$

Тогда формулировка теоремы приобретает вид:

$$\varphi_m = \frac{\sum_{d=2}^{m,m-1} C_m^d C_d^{\frac{d}{2}} 2^{m-d}}{\sum_{d=2}^{m,m-1} 2^m C_m^d} = \frac{\sum_{d=2}^{m,m-1} C_m^d C_d^{\frac{d}{2}} 2^{-d}}{\sum_{d=2}^{m,m-1} C_m^d} = \frac{\sum_{d=2}^{m,m-1} C_m^d \beta_d}{\sum_{d=2}^{m,m-1} C_m^d}. \tag{13}$$

Поскольку последовательность в знаменателе выражения (13) положительна и строго возрастает с увеличением m, можно при нахождении предела данного выражения воспользоваться теоремой Штольца [13]:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{X_n}{Y_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{X_n-X_{n-1}}{Y_n-Y_{n-1}}. \tag{14}$$

В выражении (14) X_n, Y_n – некоторые числовые последовательности. Тогда предел выражения φ_m записывается в виде:

$$\lim_{m\to\infty}\varphi_m=\lim_{m\to\infty}\frac{\sum\limits_{d=2}^{m,m-1}C_m^d\beta_d}{\sum\limits_{d=2}^{m,m-1}C_m^d}=\lim_{m\to\infty}\frac{C_m^{m,m-1}\beta_d-\sum\limits_{d=2}^{m-2,m-3}C_m^d\beta_d}{C_m^{m,m-1}-\sum\limits_{d=2}^{m-2,m-3}C_m^d}=\lim_{m\to\infty}\frac{C_m^{m,m-1}\beta_d}{C_m^{m,m-1}}=\lim_{m\to\infty}\beta_d. \tag{15}$$

Применяя условие теоремы 2, приходим к равенству нулю предела (15). Теорема доказана.

Кроме того, при проектировании схем встроенного контроля можно правильно выбирать вариант кодирования, исходя из свойств известных равномерных кодов.

Эти же свойства позволяют зафиксировать некоторые особенности кодов Бергера в схемах функционального контроля. Например, из формулы (12), непосредственно следующей из формулировки теоремы 1, вытекает такое нетривиальное свойство кодов Бергера.

Свойство. Для кода Бергера с числом информационных разрядов большим на единицу, чем у некоторого кода (n,m), число необнаруживаемых ошибок кратности d увеличивается в пределе двух раз для любого d.

$$\lim_{m\to\infty}\delta_{m,d}=\lim_{m\to\infty}\frac{C_{m+1}^d C_d^{\frac{d}{2}}2^{m+1-d}}{C_m^d C_d^{\frac{d}{2}}2^{m-d}}=2\lim_{m\to\infty}\frac{C_{m+1}^d}{C_m^d}=2\lim_{m\to\infty}\frac{\dfrac{m!(m+1)}{d!(m-d)!(m-d+1)}}{\dfrac{m!}{d!(m-d)!}}=$$
$$=2\lim_{m\to\infty}\frac{m+1}{m-d+1}=2\lim_{m\to\infty}\frac{\dfrac{m}{m}+\dfrac{1}{m}}{\dfrac{m}{m}-\dfrac{d}{m}+\dfrac{1}{m}}=2\lim_{m\to\infty}\frac{1+\dfrac{1}{m}}{1-\dfrac{d}{m}+\dfrac{1}{m}}=2. \tag{16}$$

Обозначенное здесь свойство иллюстрируется рис. 4.

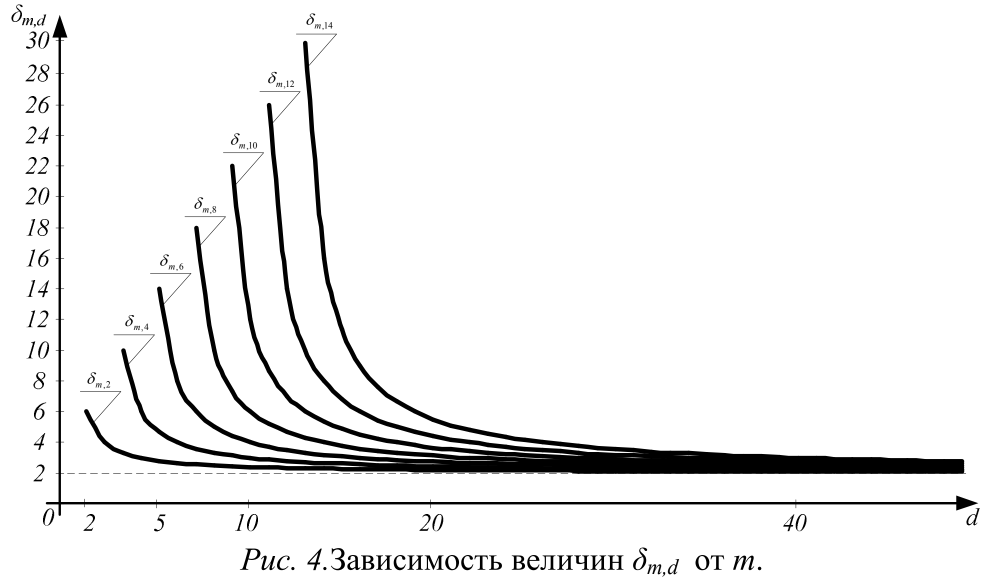

Рис. 4. Зависимость величин $\delta_{m,d}$ от m.

Заключение

Приведенные свойства кодов Бергера позволяют определить критерии применимости данного класса кодов при организации схем встроенного контроля в зависимости от типов возникающих искажений в контролируемых объектах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пархоменко П.П., Согомонян Е.С.* Основы технической диагностики (оптимизация алгоритмов диагностирования, аппаратурные средства). – М.: Энергоатомиздат, 1981.
2. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Самопроверяемые дискретные устройства. – СПб.: Энергоатомиздат, 1992.
3. *Lala P.K.* Salf-checking and Fault-tolerant Digital Design / University of Arkansas, 2001.
4. *Berger J.M.*A note on error detecting codes for asymmetric channels / Information and Control. – 1961. – №3. – P.68-73.
5. *Marouf M.A., Friedman A.D.* Design of Self-Checking Checkers for Berger Codes / In: Proc. 8th Annual Intern. Conf. on Fault – Tolerant Computing, Toulouse. – 1978. – V.C-27. – P.179-183.
6. *Бимуканов М.К., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.*Синтез быстродействующих тестеров для кодов с суммированием / Проблемы передачи информации.– 1989. – Т. 25, №2. – С.105-112.
7. *Мельников А.Г., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Синтез самопроверяющихся тестеров для кодов с суммированием // Проблемы передачи информации. – 1986. – Т. XXII, №2. – С.85-97.
8. *Morozov A., Saposhnikov V.V., SaposhnikovVl.V., Goessel M.*New Self-Checking Circuits by Use of Berger-codes // 3-5 JULY 2000, PALMA DE MALLORCA, SPAIN. – P.141-146.
9. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В.*О синтезе тестеров кодов с суммированием на основе использования свойств простых и линейных функций / Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. – 2011. – №1. – С.22-32.
10. *Ефанов Д.В.*, *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* О свойствах кода с суммированием в схемах функционального контроля / Автоматика и телемеханика. – 2010. – №6. – С.155-162.
11. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В.* Предельные свойства кода с суммированием // Известия Петербургского университета путей сообщения. – 2010. – №3. – С.290-299.
12. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. – Т.1. / пер. с англ. – М.: Книжный дом «Либроком», 2010.
13. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т.1. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.

Статья представлена к публикации членом редколлегии С.В. Шалобановым.

E-mail:
Ефанов Дмитрий Викторович – mitriche@yandex.ru.