УДК 517.977.5

© 2013 г. **Н.П. Семичевская,** канд. техн. наук
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

НЕЛИНЕЙНЫЕ РОБАСТНЫЕ АЛГОРИТМЫ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ЯВНЫМ ЭТАЛОНОМ И СТАЦИОНАРНЫМ НАБЛЮДАТЕЛЕМ*

В работе рассматривается процедура синтеза нелинейных робастных алгоритмов для систем управления неустойчивыми нелинейными скалярными объектами с относительной степенью $\rho = n - m > 1$ с использованием стационарного наблюдателя в системе с явно-неявной моделью.
Ключевые слова: нелинейный робастный закон управления, явно-неявная эталонная модель, гиперустойчивость системы управления.

Введение

При проектировании робастных или адаптивных систем, в которых желаемое поведение объекта управления формируется с помощью эталонной модели, приходится сталкиваться с проблемой недоступных измерению переменных состояния объекта управления.

Один из подходов к решению такой проблемы связан с использованием наблюдателей [1 – 3], позволяющих получать оценки переменных состояния объекта управления. В работе [2] предложена методика построения наблюдателя по быстродействующей эталонной модели системы управления. В работах [4 – 7] в рамках применения критерия гиперустойчивости и способа структурного возмущения основного контура рассмотрены вопросы построения систем управления скалярными объектами с относительным порядком передаточных функций $\rho > 1$.

В настоящей работе при решении задачи синтеза системы управления скалярным нелинейным объектом предлагается использовать стационарный наблюдатель полного порядка и явно-неявную эталонную модель (ЯНЭМ).

При этом, следуя [7], явный эталон будет задавать желаемую динамику основного контура управления, а стационарный наблюдатель будет получать не только оценки переменных состояния объекта, но и участвовать в формировании неявной части эталонной модели.

В результате совместное действие явной и неявной частей эталона будет задавать желаемое поведение объекта управления.

* Работа выполнена по государственному заданию Министерства образования и науки РФ в рамках проекта 7.7911.2013 «Проблемы автоматического управления техническими системами в условиях неопределенности».

Постановка задачи

В условиях расширенной априорной параметрической неопределенности рассматривается нелинейный объект управления, динамика которого в пространстве состояний описывается уравнениями:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_\xi(x,t) + bu(t) + f_\xi(t),$$
$$y(t) = C^T x(t) = x_1(t),\ \xi \in \Xi, \tag{1}$$

где $x^T(t) = [x_1(t), \ldots, x_n(t)]$ – вектор состояния; $u(t)$ и $y(t)$ – скалярные управление и выход; $f_\xi^T(t) = [0, \ldots, 0, f_n(t)]$ – вектор возмущения, такой, что $|f_n(t)| \le f_0^2 = const$; $b = [0, \ldots, 0, 1]$ – стационарная матрица управления; C^T – матрица выхода; ξ – набор неизвестных параметров, принадлежащих известному множеству Ξ.

Предполагается, что

$$A_\xi(x,t) = A(\xi)\cdot x(t) + b\delta_\xi(x_1(t)),$$
$$A(\xi) = A = A_M + b\chi_0^T(\xi),\ \chi_0(\xi) = \chi_0, \tag{2}$$
$$\delta_\xi(y(t)) = \delta_\xi(x_1(t)) = \left|x_1(t)\right|^{q(\xi)} \cdot sign(x_1(t)), q(\xi) = q \ge 0, \xi \in \Xi,$$

где A_M – желаемая (гурвицева) матрица явного эталона; b, χ_0 и q – соответственно некоторые стационарные векторы и скаляр. При этом ρ – относительный порядок объекта управления (1), преобразованного с учетом (2), будет больше единицы, т.е. $\rho = degQ(s) - degP(s) = n - m > 1$.

Пусть требуемая динамика в системе с ЯНЭМ задана уравнениями:

$$\frac{dz_M(t)}{dt} = -a_0 z_M(t) + b_0 r(t),$$
$$y_M(t) = z_M(t), \tag{3}$$

где y_M(t), $z(t) \in R$ – выход эталона; $r(t)$ – задающее воздействие; a_0, b_0 = const.

В работе [1] описана процедура представления передаточной функции в эквивалентной форме записи:

$$W_{БЭМ}(s) = \frac{a_0}{s+a_0} = \frac{a_0(s+a_0)^m}{(s+a_0)^n}, \tag{4}$$
$$(s+a_0)^k = s^k + \sum_{i=1}^{k-1}\theta_i a_0^i s^{k-i} + a_0^k,\ \theta_i = \frac{k!}{(k-i)!i!}$$

и определены собственные числа матрицы A_M из соотношения $\det(sE_n - A_M) = (s+a_0)^n$, а компоненты вектора g из условия $g^T(sE_n - A_M)^+ b_M = (s+a_0)^{n-1}$, где $(.)^+$ присоединенная матрица; $g^T = (g_1, g_2, \ldots, g_n) = (a_0^{n-1}, \theta_{n-2}a_0^{n-2}, \ldots, 1)$ – коэффициенты вектора g, которые не рассчитываются подобно [1], а определяются заранее, на этапе выбора желаемой динамики для системы (1) – (4). Тогда математическую модель явного эталона (ЯЭМ) можно записать в виде:

$$\frac{dx_M(t)}{dt} = A_M x_M(t) + b_M r(t),$$
$$\nu_M(t) = z_M(t) = g^T x_M(t), \tag{5}$$

где $x_M(t) \in R^n$ – вектор состояния эталонной модели; $v_M(t) \in R$ – обобщенный выход эталона. Очевидно, что передаточная функция ЯЭМ вида (5) будет записана:

$$W_{БЭМ}(s) = g^T(sE_n - A_M)^{-1} b_M = \frac{g^T(sE_n - A_M)^+ b_M}{\det(sE_n - A_M)} = \frac{a_0}{s + a_0}.$$

За исключением переменной $x_1(t)$, другие компоненты вектора состояний $x(t)$ измерению недоступны, – следовательно, обеспечить работоспособность системы управления можно, только осуществив восстановление недостающих переменных состояния. Оценки компонент вектора $x(t)$ будем проводить по наблюдениям за текущим изменением выхода объекта $y(t)$, с помощью стационарного наблюдателя полного порядка [1, 3]. Учитывая, что числитель передаточной функции используемого наблюдателя полного порядка, аналогично [7], неявно формирует знаменатель неявного эталона, его можно назвать "эталонным" наблюдателем, математическое описание которого будет иметь вид

$$\frac{d\overline{x}(t)}{dt} = D\overline{x}(t) + bu(t) + Ny(t), \tag{6}$$

$$\overline{y}(t) = C^T\overline{x}(t), \overline{v}(t) = g^T\overline{y}(t), \tag{7}$$

где $\overline{x}(t) \in R^n$ – вектор состояния наблюдателя; $\overline{v}(t) \in R$ – обобщенный выход наблюдателя; $D = (A_M - NC^T)$ – гурвицева матрица состояния наблюдателя, собственные числа которой определяются заданием соответствующей матрицы N; значения элементов матрицы N вычисляются из условия равенства соответствующих коэффициентов полиномов $\det(sE_n - A_M)$ и $\det(sE_n - A_M + NC^T)$; $g = \tilde{g}K$; K – коэффициент, значение которого обеспечивает согласование переменных $\overline{v}(t)$ и $v_M(t)$ в установившемся режиме; $K = \lim_{s \to 0} g^T(sE_n - D)^{-1}N = -g^T D^{-1} N$.

Если для системы управления (1) – (3) ввести в рассмотрение ошибку $e(t) = (x_M(t) - x(t))$ и записать относительно ее эквивалентное математическое описание вида:

$$\frac{de(t)}{dt} = A_M e(t) + b\mu(t), \tag{8}$$

$$\begin{aligned} v(t) &= g^T e(t) = g^T(x_M(t) - x(t)), \\ \mu(t) &= r(t) - u(t) - \chi_0{}^T x(t) - \delta(y(t)) - f_n(t), \end{aligned} \tag{9}$$

где $v(t)$ – обобщенный выход системы управления, $\mu(t)$ – видоизмененное управление, то оказывается, что система (8) технически не реализуема, поскольку переменные состояния $x(t)$ недоступны измерению.

Как показано в работе [2], чтобы обеспечить быстрый темп стабилизации невязки $\hat{e}(t) = (x(t) - \hat{x}(t))$, корни характеристического уравнения $(sE_n - D)$ должны лежать существенно левее корней характеристического уравнения $(sE_n - A_M)$, что структурно связывает систему наблюдения с эталонной моделью и обеспечивает асимптотическое поведение невязки $\lim_{t \to \infty} \hat{e}(t) = 0$, а это позволяет в системе управления (1), (3) заменить вектор состояния $x(t)$ его оценкой и получить технически реализуемые уравнения обобщенного выхода и видоизмененного управления

$$\begin{aligned} &v(t) \cong g^T \bar{e}(t) = g^T (x_M(t) - \bar{x}(t)), \\ &\mu(t) \cong r(t) - u(t) - \chi_0^T \bar{x}(t) - \delta(\bar{y}(t)) - f_n(t). \end{aligned} \tag{10}$$

Следовательно, если при решении соответствующей задачи синтеза алгоритмов системы управления (8), (9) использовать уравнения (10) и наблюдатель (6), (7), то алгоритмы, полученные для системы управления (8), (9), будут применимы и для исходной системы (1) – (3) и (6) – (8), (10), что показано в работе [1].

Требуется для системы (6), (8), (10), функционирующей в условиях априорной неопределенности параметров $\xi \in \Xi$ и начальных условий $x(0)$, определить явный вид закона управления $u(t) = u(r(t), \bar{x}(t))$ таким образом, чтобы имело место выполнение предельных соотношений

$$\begin{aligned} &\lim_{t\to\infty} \| x_M(t) - \bar{x}(t) \| \cong \lim_{t\to\infty} \| x_M(t) - x(t) \| \le \delta_x^2, \\ &\lim_{t\to\infty} | y_M(t) - \bar{y}(t) | \cong \lim_{t\to\infty} | y_M(t) - y(t) | \le \delta_y^2, \end{aligned} \tag{11}$$

где δ_x^2, $\delta_y^2 = const$ – некоторые относительно малые числа.

Синтез алгоритмов робастного управления

Синтез закона управления будем проводить поэтапно на основе критерия гиперустойчивости.

Первый этап. Эквивалентное математическое описание системы управления будем рассматривать в виде

$$\begin{aligned} &\frac{d\bar{e}(t)}{dt} = A_M \bar{e}(t) + b\mu(t), \\ &v(t) = g^T \bar{e}(t) = g^T (x_M(t) - \bar{x}(t)), \\ &\mu(t) = r(t) - u(t) - \chi_0{}^T \bar{x}(t) - \delta(\bar{y}(t)) - \tilde{f}_n(t). \end{aligned} \tag{12}$$

Второй этап. Очевидно, что условие строгой положительной определенности для вещественной части частотной передаточной функции линейной стационарной части системы (12) выполнено, поскольку для апериодического звена первого порядка всегда имеет место частотное неравенство

$$\mathrm{Re}W(j\omega) = \mathrm{Re}\{g^T (j\omega E_n - A_M)^{-1} b_M\} = \frac{a_0}{\sqrt{\omega^2 + a_0^2}} > 0,\ \forall \omega \in (-\infty; +\infty). \tag{13}$$

Третий этап. Разрешение модифицированного интегрального неравенства В.М. Попова (МИНП), записанного в виде

$$\eta(0,t) = -\int_0^t \mu(s) v(s) Q(s) ds \ge -\gamma_0^2 = const,\ \forall t > 0, \tag{14}$$

рассматриваемого относительно нелинейной нестационарной части системы (12), связано с синтезом явного вида закона управления $u(t)$.

Для упрощения процедуры построения алгоритма $u(t)$ представим его в виде пяти составляющих суммы и перепишем модифицированное неравенство Попова следующим образом:

$$\eta(0,t) = -\int_0^t \Big[r(s) - f_n(s) - \chi_0^T \bar{x}(s) - \delta(\bar{x}_1(s)) - u(s)\Big] \nu(s) Q_i(s) ds = \sum_{i=1}^{5} \eta_i(0,t).$$

Оценим каждое из слагаемых:

$$\eta_1(0,t) = -\int_0^t (r(s) + f_n(s))\nu(s) Q_1(s) ds =$$

$$= -\int_0^t (r(s) + f_n(s))\nu(s)|\nu(s)| ds \pm \gamma_1 \int_0^t |r(s) + f_0| |\nu(s)|^2 ds \geq \qquad (15)$$

$$\geq -\gamma_1 \int_0^t |r(s) + f_0| |\nu(s)|^2 ds;$$

$$\eta_2(0,t) = -\int_0^t -\chi_0^T \bar{x}(s)\nu(s) Q_2(s) ds =$$

$$= \int_0^t \chi_0^T \bar{x}(s)\nu(s)|\nu(s)| ds \pm \int_0^t \sum_{i=1}^{n} \gamma_{2i} |\bar{x}_i(s)| |\nu(s)|^2 ds \geq \int_0^t \sum_{i=1}^{n} \gamma_{2i} |\bar{x}_i(s)| |\nu(s)|^2 ds; \qquad (16)$$

$$\eta_3(0,t) = \int_0^t \delta(\bar{x}_1(s))\nu(s) Q_3(s) ds =$$

$$= \int_0^t |\bar{x}_1(s)|^{\alpha} sign(\bar{x}_1)\nu(s)|\nu(s)| ds \pm \gamma_3 \int_0^t (|\bar{x}_1(s)|^{\alpha+1} + 1)|\nu(s)|^2 ds \geq \qquad (17)$$

$$\geq \gamma_3 \int_0^t (|\bar{x}_1(s)|^{\alpha+1} + 1)|\nu(s)|^2 ds;$$

$$\eta_4(0,t) = \int_0^t u(s)\nu(s) Q_4(s) ds = \int_0^t u(s)\nu(s) ds. \qquad (18)$$

В результате суммирования оценок (14) – (17) получим ИНП:

$$\eta(0,t) \geq \int_0^t [u(s) sign(\nu(s)) - \gamma_1 |r(s) + f_0| |\nu(s)| - \sum_{i=1}^{n} \gamma_{2i} |\bar{x}_i(s)| |\nu(s)| -$$

$$- \gamma_3 \int_0^t (|\bar{x}_1(s)|^{\alpha+1} + 1)|\nu(s)|] |\nu(s)| ds.$$

Далее, приравнивая к нулю выражение, стоящее в квадратных скобках, учитывая необходимость выполнения требования (13), получим явный вид алгоритма управления:

$$u(t) = \sum_{j=1}^{5} u_j(t) = \gamma_1 |r(t) + f_0| \nu(t) + \sum_{i=1}^{n} \gamma_{2i} |\bar{x}_i(t)| \nu(t) + \gamma_3 \left(|\bar{x}_1(t)|^{\alpha+1} + 1 \right) \nu(t). \qquad (19)$$

Четвертый этап. Покажем, что в системе (6) – (8), (10) достижимо выполнение поставленных целей управления (11).

Действительно, поскольку для системы (8), (10), использующей наблюдатель (6), (7), выполнены частотное и интегральное неравенства (13) и (14), система управления (6) – (8), (10) гиперустойчива, следовательно, достижимы предельные условия (11). Кроме того, поскольку цели управления (11) имеют место при любых начальных значениях $x(0)$ и в условиях априорной неопределенности $\xi\in\Xi$, то система управления (6) – (8), (10) является робастной в рассматриваемом классе Ξ.

Поскольку система (6), (8), (10) и система (8) – (10), (6), (7), (19) или (1), (3), (5), (6), (7), (19) эквиваленты, то они также будут робастными в заданном классе Ξ и в них будут достижимыми и цели управления (11).

Имитационное моделирование робастной системы управления

В описании нелинейного динамического объекта (1), (2) нелинейная векторная функция задана:

$$A(x,t)=\begin{pmatrix} x_2(t) \\ x_3(t) \\ -2.5x_1(t)+0.5x_2(t)-8.5x_3(t)+\left|x_1(t)\right|^{0.3} sign\left(x_1(t)\right) \end{pmatrix},$$

объект был подвержен постоянно действующему возмущению

$f_3(t) = 0.5 \sin(0.08t)$, $|\, f_3(t)\, |\le f_0^2 = 0.5= \text{const}$;

задающее воздействие $r(t)$ в системе управления имеет следующий вид:

$$T\frac{dr(t)}{dt}=r(t)+w_i(t),\ T=const,$$

$$w_1(t)=\frac{2}{3}\left|0.5-\cos(0.06\pi t)\right|,\ w_2(t)=0.6+\cos(0.05t)\sin(0.025t).$$

Для ЯНЭМ (3) коэффициент a_0 выбран со значением равным 1, что соответствует заданию для матрицы A_M собственных чисел (5):

$s_{M1} = s_{M2} = s_{M3} = 2500a_0 = – 2500.$

Для формирования обобщенного выхода системы вектор g сформирован как $g^{\mathrm{T}} = [g_1, g_2, g_3]=[a_0^2, 2a_0, 1]$.

Для наблюдателя (6), (7) собственные числа матрицы D заданы лежащими существенно левее собственных чисел матрицы A_M.

При таких матрицах D, A_M и известной матрице C^T для выполнения условия $\det(sE_n – D) = \det(sE_n – A_M +NC^{\mathrm{T}})$ были рассчитаны значения как элементов матрицы входа наблюдателя $N^T = [n_1, n_2, n_3] = (135, 5400, 33750)$, так и коэффициента согласования K, а также значения элементов вектора $\bar{g}^T$, необходимых для вычисления обобщенного выхода наблюдателя $\bar{v}(t)$, которые были следующими:

$$K=-g^T D^{-1} N = 0{,}0549;$$

$$\bar{g}^T = g^T K^{-1} = (455{,}3734; 182{,}1494; 18{,}2149).$$

Коэффициенты робастного закона управления (19) выбраны со значениями: $\gamma_1 = 400,\ \gamma_{21} = 500,\ \gamma_{22} = 2500,\ \gamma_{23} = 3500,\ \gamma_3 = 150,\ f_0 = 0.5.$.

На рис. 1 и 2 представлены графики соответственно переменных $y(t)$, $y_M(t)$ и $(y_M(t) – y(t))$, на рис. 3 – динамика составляющих робастного закона управления (19).

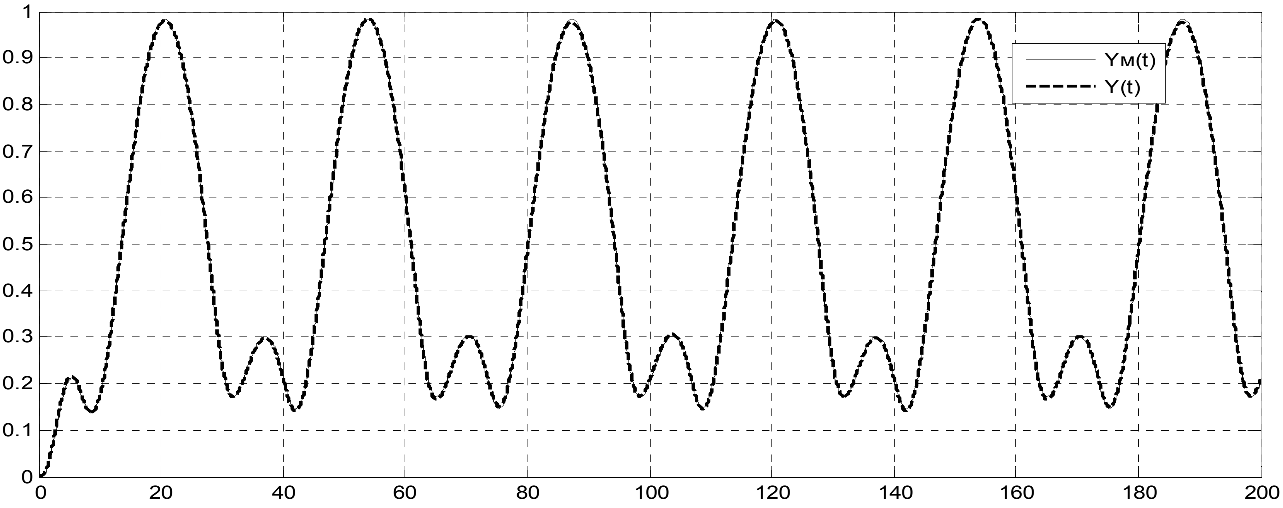

Рис. 1. Динамика выхода объекта управления $y(t)$ и его эталона $y_M(t)$.

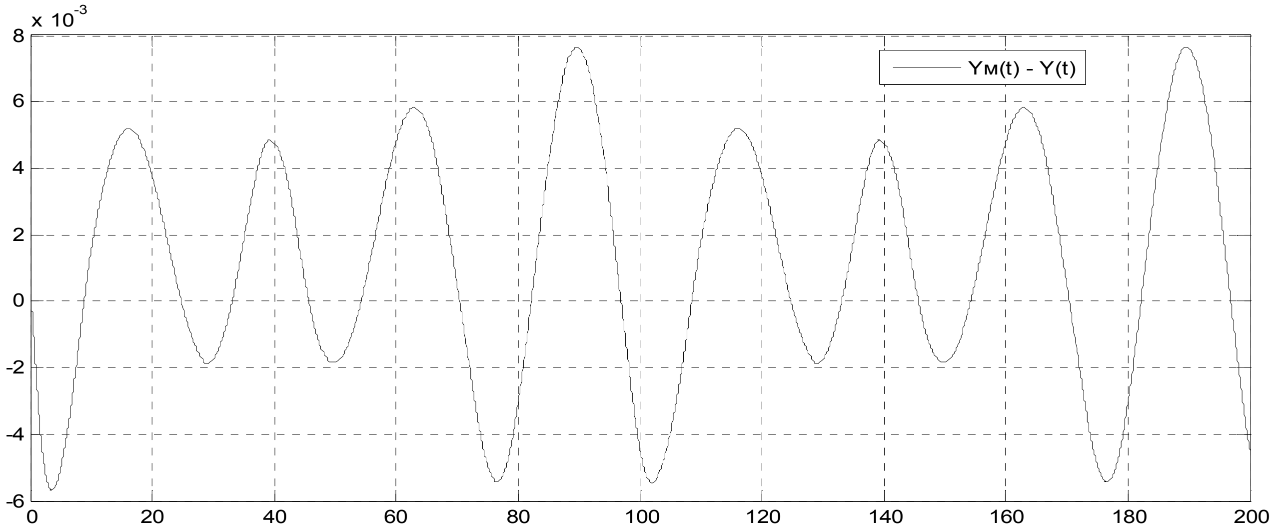

Рис. 2. Динамика ошибки рассогласования $(y_M(t) - y(t))$.

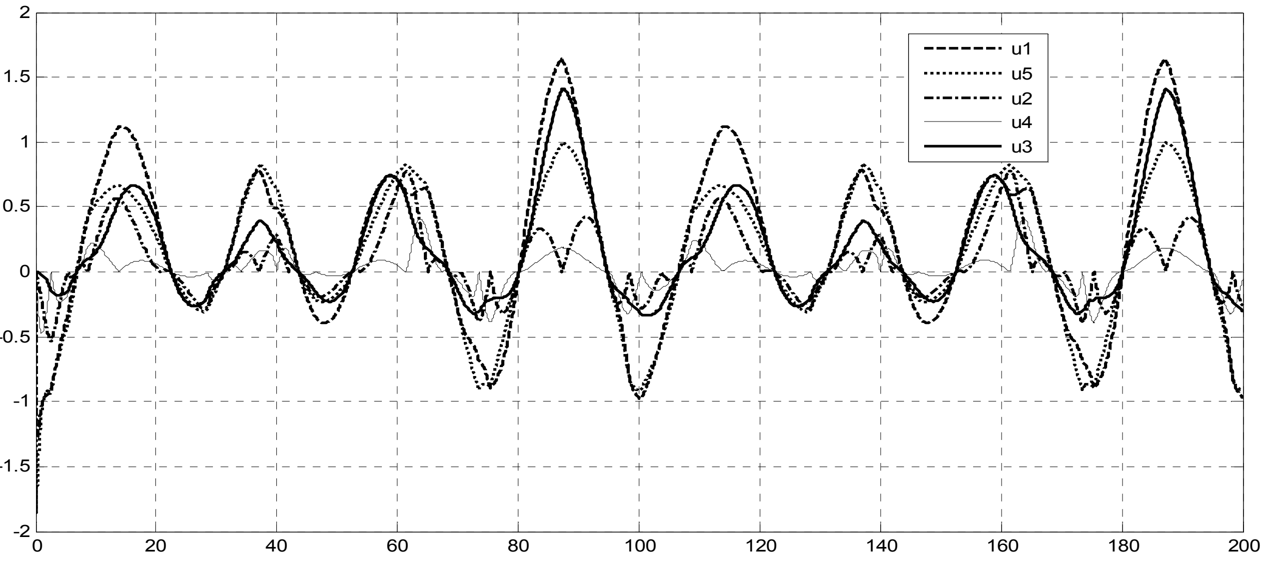

Рис. 3. Динамика составляющих робастного закона управления (19).

Заключение

Применение наблюдателя в системе робастного управления с ЯНЭМ позволяет не только получить оценки переменных состояния нелинейного объекта, но и задать неявную часть эталона, которая формирует (совместно с явной частью эталона) эталонную модель минимальной структурной сложности для объекта управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Еремин Е.Л., Кван Н.В., Семичевская Н.П.* Робастное управление нелинейным объектом со стационарным наблюдателем и быстродействующей эталонной моделью // Информатика и системы управления. – 2008. – №4(18). – С. 122-130.
2. *Краснова С.А.* Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем: Автореф. дис. д-ра техн. наук – М.: ИПУ им. В.А. Трапезникова, 2003.
3. *Еремин Е.Л., Кван Н.В., Семичевская Н.П., Теличенко Д.А.* Нелинейное робастное управление сложными динамическими объектами.– Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2011.
4. *Еремин Е.Л.* *L*-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. I // Информатика и системы управления. – 2006. – № 2(12). – С.94-101.
5. *Еремин Е.Л.* *L*-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. II // Информатика и системы управления. – 2007. – № 1(13). – С.130-139.
6. *Еремин Е.Л.* *L*-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. III. // Информатика и системы управления. – 2007. – № 2(14). – С.153-164.
7. *Еремин Е.Л.* *L*-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. IV // Информатика и системы управления. – 2013. – №2(36). – С. 100-106.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.Л. Ереминым.
E-mail:
Семичевская Наталья Петровна – npsem@mail.ru.

УДК 684.511

© 2013 г. **Л.В. Чепак,** канд. техн. наук
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ АФФИННОЙ СИСТЕМОЙ ПО ВЫХОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ[*]

Рассматривается синтез робастного закона управления для аффинной системы с недоступными прямым измерениям переменными состояния. Предложенный алгоритм управления позволяет скомпенсировать в следящей системе внешние и параметрические возмущения с требуемой точностью.
Ключевые слова: аффинная система, робастное управление, наблюдатель, критерий гиперустойчивости.

[*] Работа выполнена по государственному заданию Министерства образования и науки РФ в рамках проекта 7.7911.2013 «Проблемы автоматического управления техническими системами в условиях неопределенности».