



УДК 533.735

© 2018 г. М.А. Астафьева,

Е.С. Дуванов,

Ю.И. Кудинов, д-р техн. наук

(Липецкий государственный технический университет),

А.Н. Агаджанов, канд. физ.-мат. наук,

А.Ф. Пашенко, канд. техн. наук

(Институт проблем управления имени В.А.Трапезникова РАН, Москва)

НАСТРОЙКА ЦИФРОВОГО САМОНАСТРАИВАЮЩЕГОСЯ ПИД РЕГУЛЯТОРА

В настоящей работе осуществляется настройка цифрового самонастраивающегося ПИД регулятора в замкнутой системе регулирования, включающей также объект управления и использующей программные средства *MATLAB – SIMULINK*.

Ключевые слова: ПИД регулятор, настройка цифрового регулятора, самонастраивающийся ПИД регулятор, структура регулятора, определение параметров ПИД регулятора.

DOI: 10.22250/isu.2018.57.10-17

1. Описание схемы цифровой системы ПИД регулирования

Согласно схеме, представленной на рис. 1,

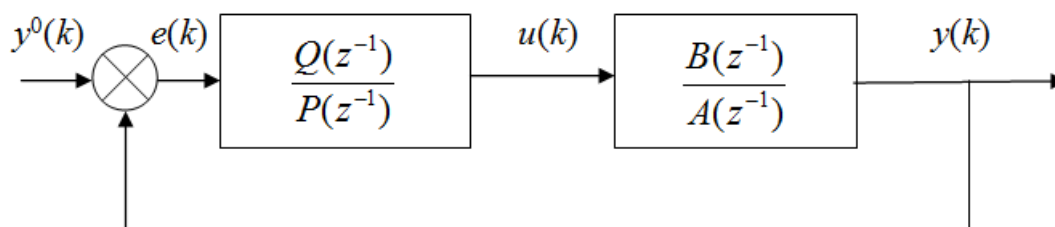


Рис. 1. Схема замкнутой цифровой системы регулирования.

цифровая система ПИД регулирования содержит объект с дискретной передаточной функцией вида [1, 2]

$$G_P(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}, \quad (1)$$

содержащей полиномы

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}, \quad B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}, \quad (2)$$

а также ПИД регулятор с дискретной передаточной функцией

$$G_R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})}, \quad (3)$$

содержащей полиномы

$$P(z^{-1}) = (1 - z^{-1})(1 + z^{-1}), \quad Q(z^{-1}) = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}, \quad (4)$$

где $q_0 = K_n \left(1 + \frac{T}{T_i} + \frac{T_d}{T} \right)$, $q_1 = -K_n \left(1 + \frac{2T_d}{T} \right)$, $q_2 = K_n \frac{T_d}{T}$ – параметры ПИД регулятора; K_n – коэффициент пропорциональности; T_i – время интегрирования; T – время дискретизации; T_d – время дифференцирования.

Из уравнения (3) можно определить уравнение регулятора в форме

$$U(z) = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} E(z). \quad (5)$$

Подставляя полиномы (4) в уравнение (5) и применяя обратное Z-преобразование, найдем выражение для вычисления управления на k -ом шаге

$$u(k) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) + (1-\gamma)u(k-1) + \gamma u(k-2). \quad (6)$$

Для передаточной функции замкнутой системы управления (рис. 1) может быть получено следующее отношение:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{Y^0(z)} = \frac{B(z^{-1})Q(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1})}, \quad (7)$$

где характеристический полином находится в знаменателе этого выражения.

Выбираем характеристический полином

$$D(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n_d} d_i z^{-i}, \quad n_d \leq 4 \quad (8)$$

в полиномиальном уравнении

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})Q(z^{-1}) = D(z^{-1}). \quad (9)$$

Фиксируем заданное расположение полюсов для передаточной функции (7). Это достигается посредством отбора правильных параметров для полиномиального регулятора (5), который является решением полиномиального уравнения (9). Характеристический полином (9) может быть определен различными методами.

Часто используются методы, удовлетворяющие следующим требованиям:

отклик получают для дискретного объекта второго порядка;

используется квадратическое оптимальное управление;
заданный отклик формируется в соответствии с требованиями пользователя.

2. Структура и параметры цифрового ПИД регулятора

При управлении техническими системами, могут быть или отсутствовать ограничения на перерегулирование. Тогда целесообразно выбрать характеристический полином вида

$$D(z) = (z - \alpha)^2 [z - (\alpha + j\omega)][z - (\alpha - j\omega)]. \quad (10)$$

Характеристический полином (10) имеет пару комплексно-сопряженных корней $z_{1,2} = \alpha \pm j\beta$, находящихся внутри единичного круга в интервале $0 \leq |\alpha| \leq 1$, и двойной вещественный корень $z_{3,4} = \alpha$, где $\alpha^2 + \beta^2 < 1$ (рис.2).

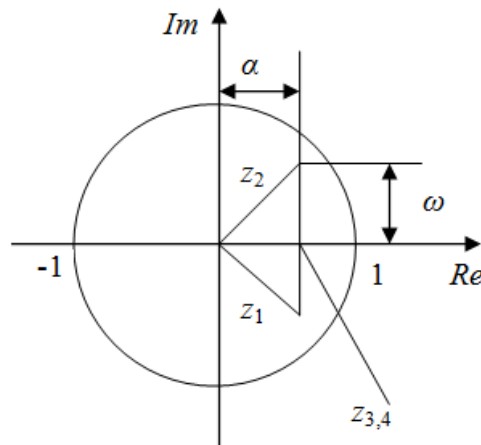


Рис. 2. Полюса полинома $D(z)$.

Параметр α может быть использован для изменения скорости отклика на ступенчатое воздействие со стороны управления.

Рассмотрим непрерывный объект управления, описываемый следующей передаточной функцией:

$$W_A(s) = \frac{1}{(5s + 1)(10s + 1)},$$

которой при времени дискретизации $T = 2с$ соответствует дискретная передаточная функция

$$W_A(z) = \frac{0.0329z^{-1} + 0.0269z^{-2}}{1 - 1.4891z^{-1} + 0.5488z^{-2}}.$$

Здесь также становится возможным менять параметр β для получения различных величин перерегулирования. Левая часть уравнений системы в этом регуляторе аналогична системе (10), а вектор элементов правой части определяется формулами

$$x_1 = c + 1 - a_1, \quad x_2 = d + a_1 + a_2, \quad x_3 = f + a_2, \quad x_4 = g, \quad (11)$$

где $c = -4\alpha$, $d = 6\alpha^2 + \omega^2$, $f = 2\alpha(2\alpha^2 + \omega^2)$, $g = \alpha^2(\alpha^2 + \omega^2)$.

Формулы для вычисления параметров ПИД регулятора приведены в таблице, а ниже – формулы для вычисления переменных из этой таблицы.

Параметры регулятора	ПИД
q_0	$(r_2 - r_3)/r_1$
q_1	$-(r_4 - r_5)/r_1$
q_2	$(x_4 + \gamma a_2)/b_2$
γ	r_6/r_1

$$\begin{aligned}
 s_1 &= a_2[(b_1 + b_2)(a_1 b_2 + a_2 b_1) + b_2(b_1 d_2 - b_2 d_1 - b_2)], \\
 r_1 &= (b_1 + b_2)(a_1 b_1 b_2 + a_2 b_1^2 + b_2^2), \\
 r_2 &= x_1(b_1 + b_2)(a_1 b_2 r - a_2 b_1), \\
 r_3 &= b_1^2 x_4 - b_2[b_1 x_3 - b_2(x_1 + x_2)], \\
 r_4 &= a_1[b_1^2 x_4 + b_2^2 x_1 - b_1 b_2(x_2 + x_3)], \\
 r_5 &= (b_1 + b_2)[a_2(b_1 x_2 - b_2 x_1) - b_1 x_4 + b_2 x_3], \\
 r_6 &= b_1(b_1^2 x_4 - b_1 b_2 x_3 + b_2^2 x_2) - b_2^3 x_1.
 \end{aligned} \tag{12}$$

3. Определение параметров настройки цифрового самонастраивающегося ПИД регулятора

Составим в *MATLAB-SIMULINK* модель системы управления с самонастраивающимся регулятором (рис. 1), изображенную на рис. 3 и дополненную блоками входного ступенчатого сигнала *Step* по каналу задания, вывода графика выходной величины *Scope* и оптимизации параметров регулятора *Check Step Response Characteristics* [3].

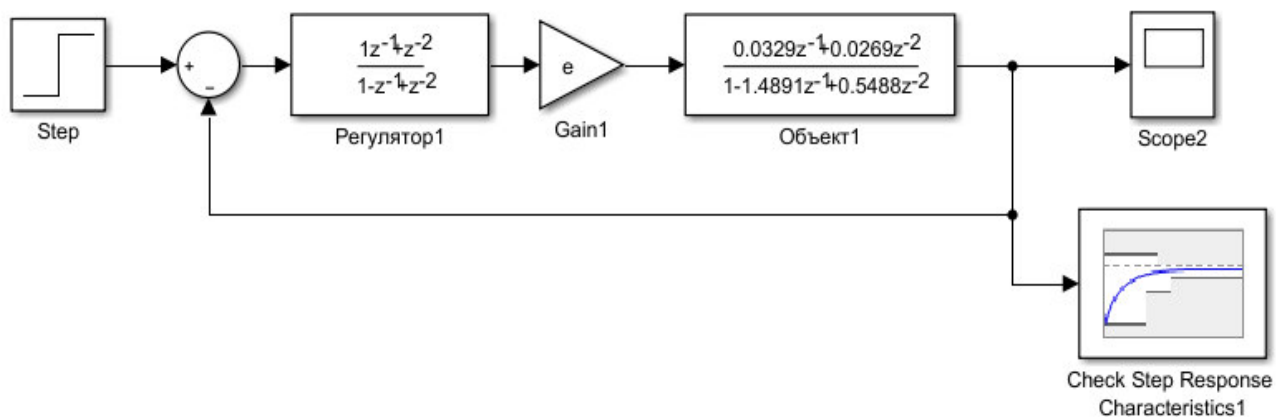
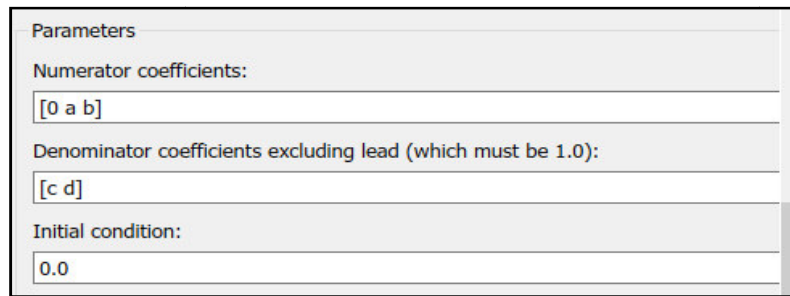


Рис. 3. Модель системы управления с самонастраивающимся ПИД регулятором при ступенчатом воздействии.

Далее в командной строке *MATLAB* зададим начальные значения коэффициентов передаточной функции ПИД регулятора, как показано на рис. 4: $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$, $d = 1$ и коэффициента усиления системы $e = 1$.



Parameters	
Numerator coefficients:	[0 a b]
Denominator coefficients excluding lead (which must be 1.0):	[c d]
Initial condition:	0.0

Рис. 4. Задание коэффициентов передаточной функции ПИД регулятора.

Запустим процесс моделирования системы управления нажатием кнопки *Start Simulation*.

Для того чтобы получить удовлетворительные значения показателей качества переходного процесса, запустим блок *Check Step Response Characteristics*, осуществляющий определение оптимальных параметров передаточной функции объекта второго порядка.

В окне блока *Check Step Response Characteristics* установим заданные значения показателей качества: время нарастания (*Rise time*) ≥ 5 с и длительность переходного процесса (*Setting time*) ≤ 20 с.

Установим флажок напротив *Show Plot On Block Open* и нажмем кнопку *Show Plot*. В открывшемся окне графика с заданными показателями качества переходного процесса нажмем кнопку *Run*, в результате чего в установленных границах отобразится график переходного процесса модели системы управления с самонастраивающимся регулятором.

Для выбора параметров оптимизации нажмем на кнопку *Response Optimization*, в результате откроется окно “*Design Optimization*” (рис. 5).

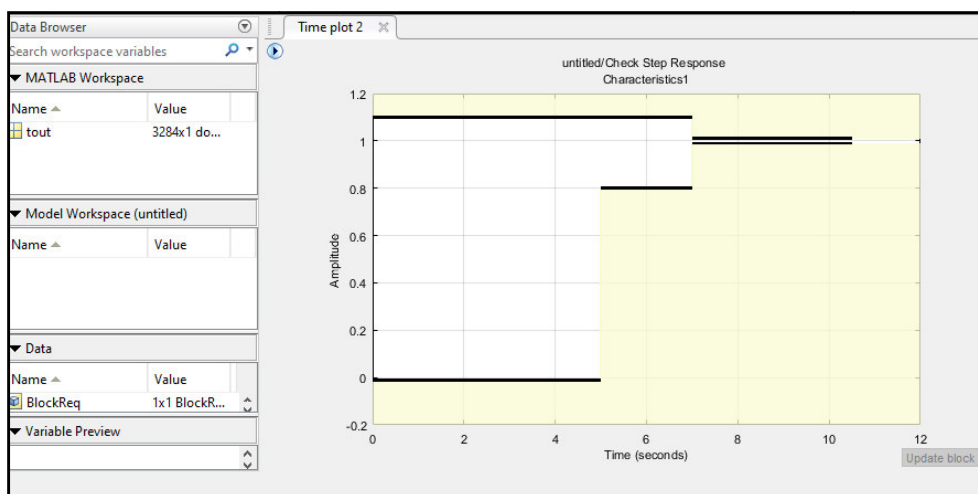


Рис. 5. Окно задания ограничений и вывода результатов оптимизации.

Введем переменные и ограничения, за счет оптимизации которых будет улучшено качество переходного процесса. Для этого на вкладке *Response Optimization* в поле *Design Variables Set* выберем пункт *New*. Откроется окно “*Create Design Variables Set*”, в правой части которого установим значения настраиваемых переменные a, b, c, d, e , равные 1.

В столбец *Minimum* для каждого коэффициента установим значение 0, чтобы избежать получения отрицательных коэффициентов (рис. 6).

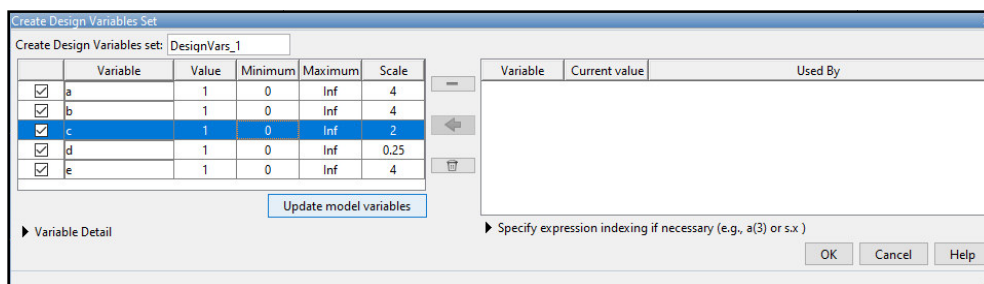


Рис. 6. Окно задания интервалов изменения переменных.

В окне “*Design Optimization*” запустим процесс оптимизации параметров регулятора, нажав кнопку “Пуск”. После окончания процесса оптимизации в окне “*Design Optimization*” будет выведен график оптимального, удовлетворяющего принятым ограничениям переходного процесса системы управления с самонастраивающимся ПИД регулятором (рис. 7).

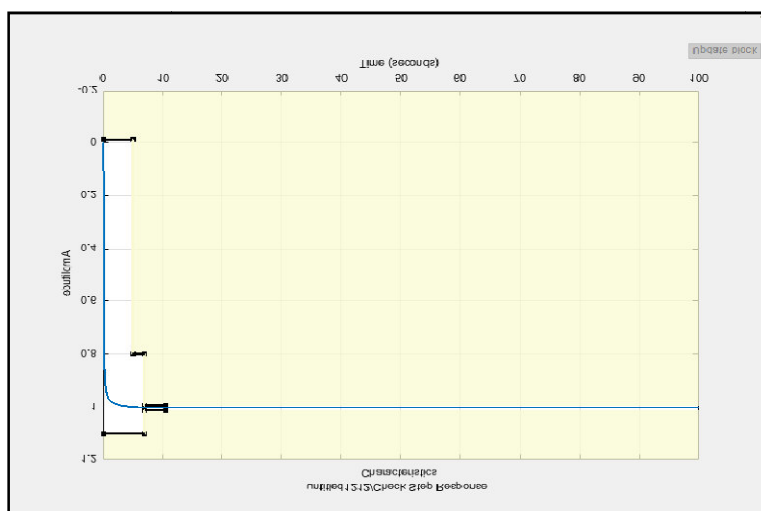


Рис. 7. График оптимального переходного процесса.

Таким образом, оптимальный переходный процесс был получен при следующих параметрах передаточной функции регулятора: $a = 2.0420$, $b = 2.1434$, $c = -1.1772$, $d = 0.1774$, коэффициенте усиления $e = 2.1462$ и времени переходного процесса $t_n = 10$ с.

На рис. 8 представлен график переходного процесса системы управления с самонастраивающимся ПИД регулятором.

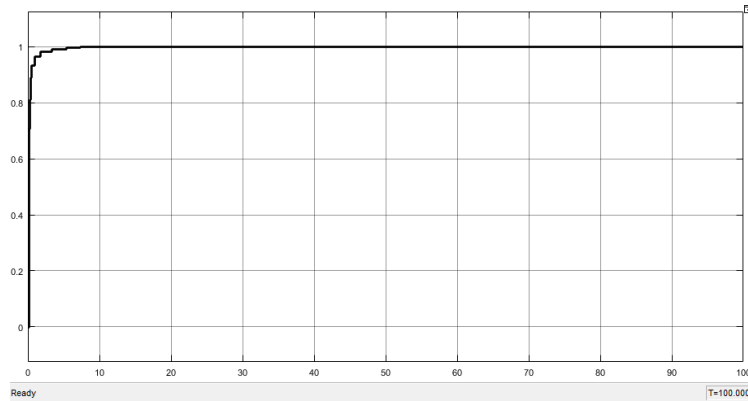


Рис. 8. График оптимального переходного процесса системы управления с самонастраивающимся ПИД регулятором.

В системе управления (рис. 3) заменим ступенчатое воздействие на последовательность импульсов с помощью блока *Pulse Generator*, в котором выставим следующие значения: в окне *Pulse type: Sample based, Amplitude: 1, Period: 20, Pulse width: 10, Phase delay: 0*. Модель системы управления с ПИД регулятором изображена на рис. 9.

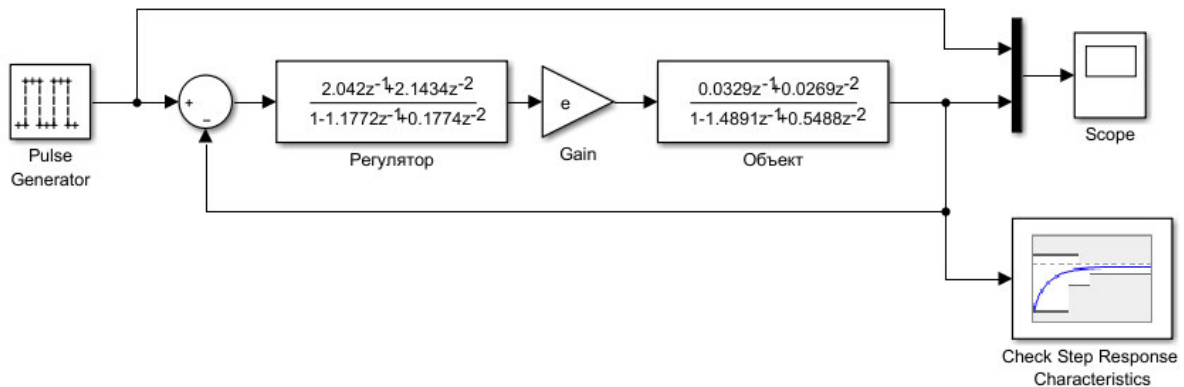


Рис. 9. Модель системы управления с самонастраивающимся ПИД регулятором при воздействии импульсной последовательности.

После запуска оптимизатора *Check Step Response Characteristics* получим график выходного процесса в окне *Scope* (рис. 10).

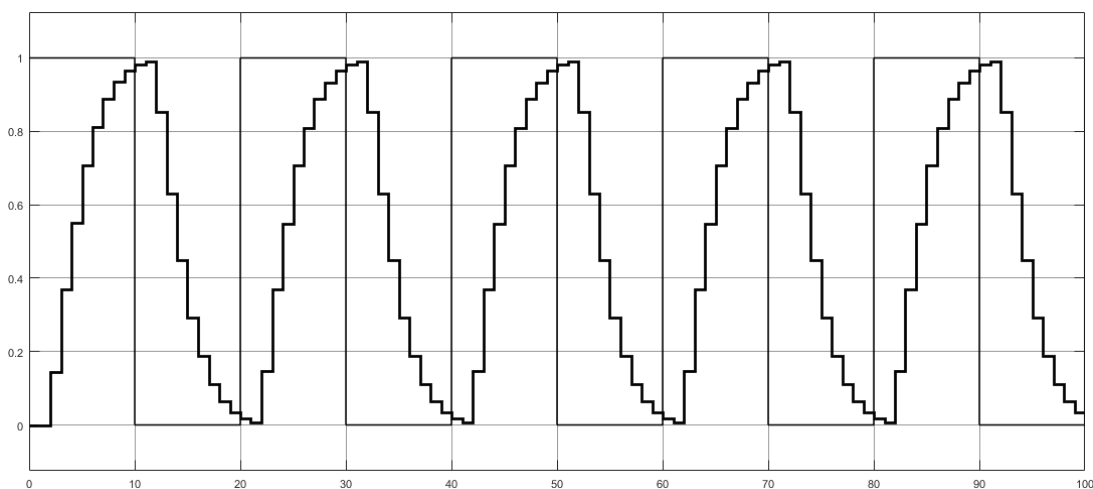


Рис. 10. График выходного процесса в цифровой системе с самонастраивающимся ПИД регулятором.

Коэффициенты передаточной функции регулятора остались прежними:

$a = 2.0420$, $b = 2.1434$, $c = -1.1772$, $d = 0.1774$ и $e = 2.1462$,

поэтому можно утверждать, что они являются оптимальными.

Заключение

Коэффициенты передаточной функции регулятора при двух проведенных опытах со ступенчатым воздействием и воздействием в виде импульсной последовательности оказались одинаковыми: $a = 2.0420$, $b = 2.1434$, $c = -1.1772$, $d = 0.1774$ и $e = 2.1462$, что подтверждает их оптимальность для такого рода воздействий.

Исходя из проведенных экспериментов, можно сделать вывод, что с помощью оптимизационного метода можно получить коэффициенты передаточной функции регулятора, обеспечивающие требуемое качество переходного процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Wittenmark B.* Self-tuning PID-controllers based on pole placement. Report LUTFD2/(TRFT-7179)/ 1-037. Lund, Sweden: Lund Inst. of Technology, 1979.
2. *Bobál V., Böhm J., Fessl J., Macháček J.* Digital Self-tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications. – London.: Springer-Verlag, 2005.
3. *Кудинов Ю.И., Келина А.Ю.* Упрощенный метод определения параметров нечетких ПИД регуляторов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2013. – №1. – С. 12-22.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.А. Шеленком.

E-mail:

Астафьева Маргарита Александровна – kaf-inf@stu.lipetsk.ru;

Дуванов Евгений Сергеевич – kaf-inf@stu.lipetsk.ru;

Кудинов Юрий Иванович – kaf-inf@stu.lipetsk.ru;

Агаджанов Ашот Николаевич – pif-70@yandex.ru.

Пащенко Александр Федорович – paschenko_alex@mail.ru;