



УДК 533.735

© 2018 г. Д.И. Васютин,

К.Ю. Добрынин,

Ю.И. Кудинов, д-р техн. наук

(Липецкий государственный технический университет),

И.С. Дургарян, канд. техн. наук,

Ф.Ф. Пашенко, д-р техн. наук

(Институт проблем управления имени В.А.Трапезникова РАН, Москва)

НАСТРОЙКА ЦИФРОВОГО САМОНАСТРАИВАЮЩЕГОСЯ МОДИФИЦИРОВАННОГО ПИД РЕГУЛЯТОРА*

В настоящей работе рассматриваются построение и определение оптимальных настроек цифрового самонастраивающегося, модифицированного, пропорционально – интегрально – дифференциального (ПИД) регулятора, обозначенного в тексте как PID-A и представленного двумя типами PID-A1 и PID-A2.

Ключевые слова: ПИД регулятор, настройка цифрового регулятора, самонастраивающийся модифицированный ПИД регулятор, структура регулятора, определение параметров ПИД регулятора, оптимизационный метод настройки параметров.

DOI: 10.22250/isu.2018.58.122-128

1. Структура системы управления с модифицированным PID-A регулятором

На рис. 1 приведена блок-схема системы управления с цифровым самонастраивающимся модифицированным PID-A регулятором [1, 2]:

$$U(z) = [\beta E(z) - Q'(z^{-1})Y(z)] \frac{1}{P(z^{-1})}, \quad (1)$$

который состоит соответственно из первой и второй составляющих

$$P(z^{-1}) = (1 - z^{-1})(1 + \gamma z^{-1}), \quad (2)$$

$$Q'(z^{-1}) = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}, \quad (3)$$

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 18-08-01090.

дискретной передаточной функции PID-A регулятора, где $q_0 = K_{\text{п}} \left(1 + \frac{T}{T_{\text{и}}} + \frac{T_{\text{д}}}{T} \right)$, $q_1 = -K_{\text{п}} \left(1 + \frac{2T_{\text{д}}}{T} \right)$, $q_2 = K_{\text{п}} \frac{T_{\text{д}}}{T}$ – параметры ПИД регулятора; $K_{\text{п}}$ – коэффициент пропорциональности; $T_{\text{и}}$ – время интегрирования; T – время дискретизации; $T_{\text{д}}$ – время дифференцирования.

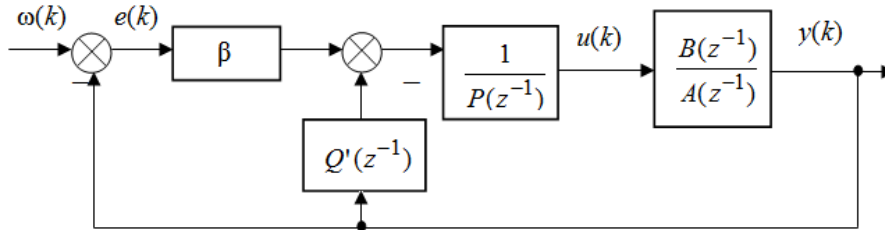


Рис. 1. Блок-схема системы управления с регулятором PID-A.

При этом полином $Q'(z^{-1})$ принимает форму

$$Q'(z^{-1}) = (1 - z^{-1})(q'_0 - q'_2 z^{-1}). \quad (4)$$

Подстановка полиномов (2), (3) и (4) в уравнение (1) дает следующее дискретное выражение для расчета выхода регулятора:

$$u(k) = [(q'_0 + \beta)y(k) - (q'_0 + q'_2)y(k-1) + q'_2 y(k-2)] - (\gamma - 1)u(k-1) + \gamma u(k-2) + \beta \omega(k). \quad (5)$$

Передаточная функция замкнутой системы управления (см. рис. 1), с учетом выбранного алгоритма самонастройки PID-A регулятора, будет иметь вид

$$G_w(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{\beta B(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})[Q'(z^{-1}) + \beta]}. \quad (6)$$

Следовательно, характеристическое уравнение запишется как

$$A(z^{-1})P(z^{-1}) + B(z^{-1})[Q'(z^{-1}) + \beta] = D(z^{-1}), \quad (7)$$

где $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, и $D(z^{-1})$ – полиномы системы управления вида

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}, \quad (8)$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}, \quad (9)$$

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}. \quad (10)$$

В случае полиномов (8) и (9), для полиномиального уравнения (7) определяются четыре линейных алгебраических уравнения с четырьмя неизвестными параметрами регулятора q'_0, q'_2, β и γ .

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_1 & 1 \\ b_2 - b_1 & -b_1 & b_2 & a_1 - 1 \\ b_2 & b_2 - b_1 & 0 & a_1 - a_2 \\ 0 & b_2 & 0 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q'_0 \\ q'_2 \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

1.1. Регулятор PID-A1

Этот тип регулятора получен заменой полинома $D(z^{-1})$ в уравнении (7) выражением (10), а вектор правой части матричного уравнения (11) находится как

$$x_1 = d_1 + 1 - a_1, \quad x_2 = d_2 + a_1 - a_2, \quad x_3 = -a_2, \quad x_4 = 0. \quad (12)$$

Решая систему уравнения (11), получаем формулы для расчета параметров регулятора, представленные в таблице.

Контролируемые параметры	PID-A1	PID-A2
q'_0	$q'_2 \left(\frac{b_1}{b_2} - \frac{a_1}{a_2} \right) - \frac{a_2}{b_2}$	$-\frac{r_2 - r_3 + r_4}{r_1}$
q'_2	$\frac{s_1}{r_1}$	$\frac{r_6 + r_7}{r_1}$
γ	$q'_2 \frac{b_2}{a_2}$	$\frac{r_5}{r_1}$
β	$\frac{1}{b_1} (d_1 + 1 - a_1 - \gamma - b_1 q'_0)$	$\frac{x_1 + x_2 - x_3 + x_4}{b_1 + b_2}$

1.2. Регулятор PID-A2

Параметры для этого типа регулятора получены путем подстановки соответствующего модифицированного отношения

$$D(z) = (z - \alpha)^2 [z - (\alpha + j\omega)][z - (\alpha - j\omega)] \quad (13)$$

в полином $D(z^{-1})$ уравнения (7), где элементы вектора \mathbf{x} в правой части уравнения системы (11) определяются по формулам

$$x_1 = c + 1 - a_1, \quad x_2 = d + a_1 - a_2, \quad x_3 = -f - a_2, \quad x_4 = g, \quad (14)$$

$$c = -4\alpha, \quad d = 6\alpha^2 + \omega^2, \quad f = -2\alpha(2\alpha^2 + \omega^2), \quad g = \alpha^2 + \omega^2. \quad (15)$$

В этом случае, решая систему уравнений (11), мы также получаем формулы для вычисления параметров регулятора, приведенные в таблице. Переменные d_1 и d_2 вычисляют, используя отношения (13) – (15), которые содержат формулы для вычисления вспомогательных переменных, необходимые для определения параметров регулятора

$$\begin{aligned} s_1 &= a_2 \{ b_2 [a_1 (b_1 + b_2) + b_1 (b_2 - a_2) - b_2 (d_1 + 1)] - a_2 b_1^2 \}, \\ r_1 &= (b_1 + b_2) + (a_1 b_1 b_2 - a_2 b_1^2 - b_1^2), \quad r_2 = a_1 b_2 [b_1 (x_2 - x_3 + x_4) - b_2 x_1], \\ r_3 &= a_2 b_1 [b_2 - b_1 (x_2 - x_3 + x_4)], \quad r_4 = (b_1 + b_2) [b_1 x_4 + b_2 (x_3 - x_4)], \\ r_5 &= b_1 (b_1^2 x_4 + b_1 b_2 x_3 + b_2^2 x_2) - b_2^3 x_1, \quad r_6 = b_1^2 [a_2 x_3 + a_1 x_4 - a_2 x_4], \\ r_7 &= b_2 [b_1 (a_1 x_4 + a_2 x_2 - x_4) - b_2 (a_2 x_1 + x_4)]. \end{aligned} \quad (16)$$

2. Определение параметров настройки цифрового самонастраивающегося PID-А регулятора оптимизационным методом

Составим в *MATLAB-SIMULINK* модель системы управления с цифровым самонастраивающимся PID-А регулятором (рис. 1). Передаточную функцию объекта определим как

$$\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{0.0329z^{-1} + 0.0269z^{-2}}{1 - 1.4891z^{-1} + 0.5488z^{-2}}$$

Требуется найти, параметры первой $\frac{1}{P(z^{-1})}$ и второй $Q'(z^{-1})$ составляющих дискретных передаточных функций PID-А регулятора, а также коэффициент усиления β . Нахождение этих параметров будем осуществлять при помощи оптимизатора *Check Step Response Characteristics* модели [3], представленного в Simulink моделью цифровой системы регулирования (рис. 2).

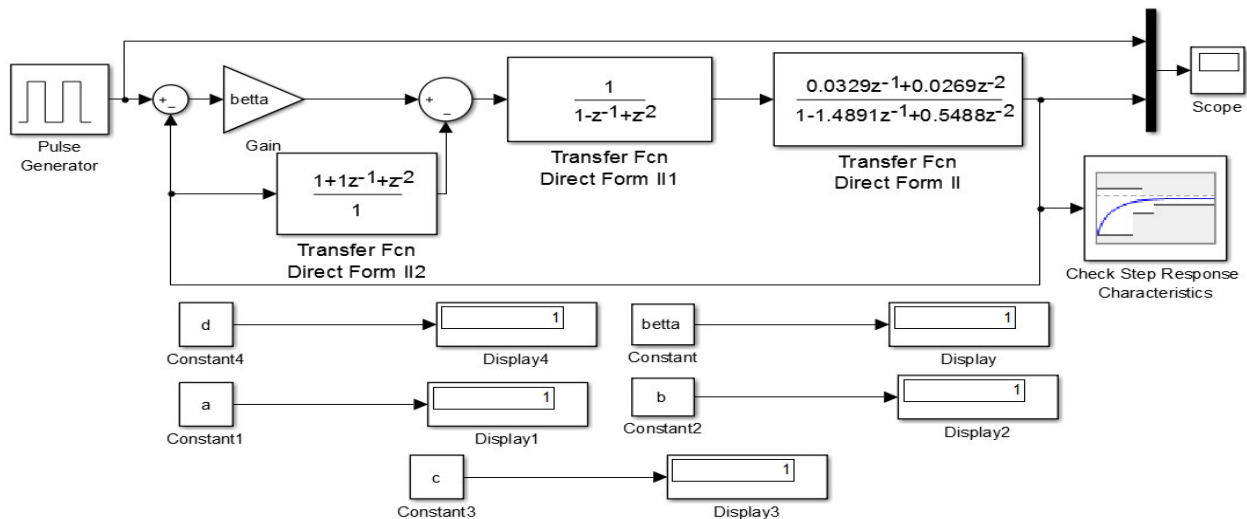


Рис. 2. Модель системы управления с самонастраивающимся PID-А регулятором.

Обозначим коэффициентами a, b, c, d параметры дискретной передаточной функции. В передаточную функцию $\frac{1}{P(z^{-1})}$ в поле *Numerator coefficients* запишем коэффициенты $[1 \ 0 \ 0]$, в поле *Denominator coefficients* – $[-a \ b]$. В передаточную функцию $Q'(z^{-1})$ в поле *Numerator coefficients* запишем коэффициенты $[1 \ c \ d]$, а в поле *Denominator coefficients* – $[0 \ 0]$. Коэффициент усиления β обозначим как $beta$. В командной строке присвоим всем коэффициентам a, b, c, d и $beta$ единичное значение и запустим схему.

Для того чтобы получить удовлетворительные значения переходного процесса, запустим блок *Check Step Response Characteristics*, в котором найдем оптимальные значения параметров a, b, c, d и $beta$ передаточной функции регулятора.

В окне задания параметров блока *Sink Block Parameters: Check Step*

Response Characteristics зададим границы выходного сигнала: время нарастания (*Risetime*) – не более 5 с и длительность переходного процесса (*Settling time*) – не более 7 с, поставим галочку напротив *Show plot on block open* и нажмем кнопку *Show plot*. В открывшемся окне графика с заданными границами коридора отклика модели нажмем кнопку *Run*, в результате в коридоре отобразится график переходного процесса модели системы управления.

Для выбора дополнительных параметров оптимизации нажмем на кнопку *Response Optimization*, в результате откроется окно «*Design Optimization*» (рис. 3).

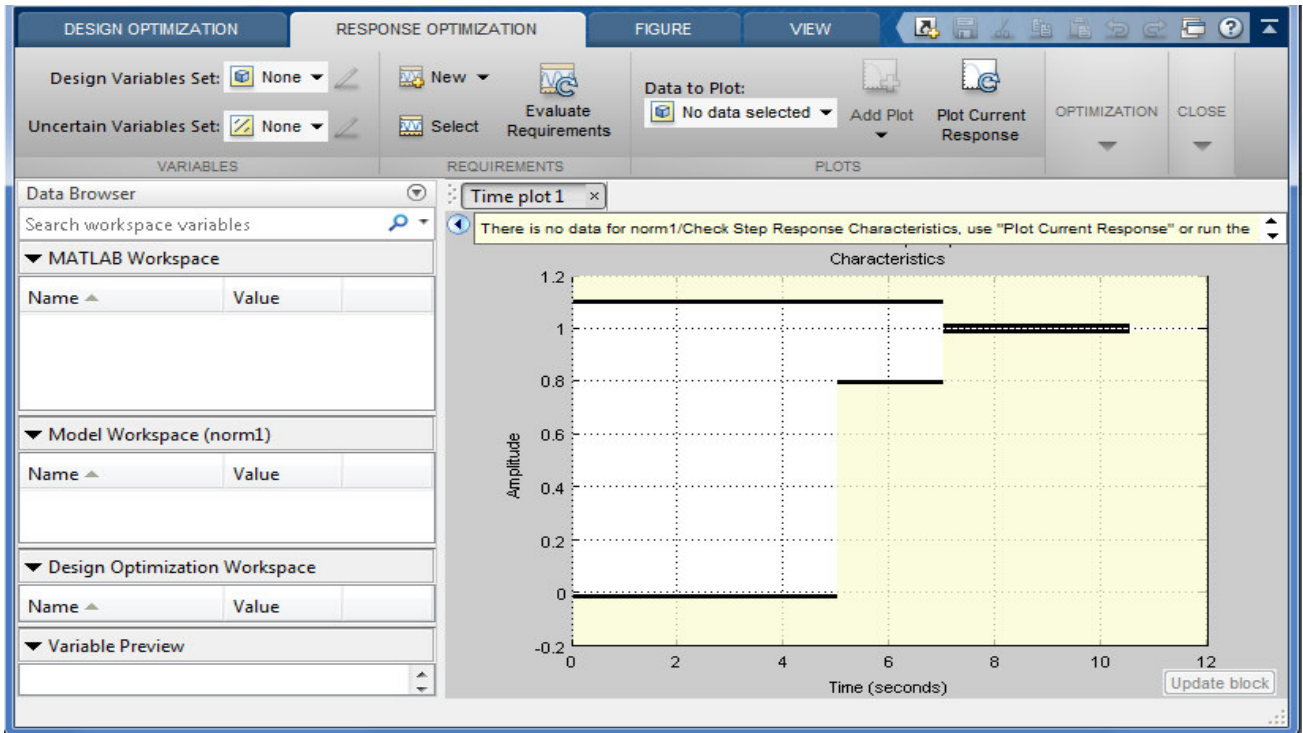


Рис. 3. Окно задания ограничений и вывода результатов оптимизации.

Установим исходные значения переменных, за счет оптимизации которых будет улучшено качество переходного процесса. Для этого на вкладке *Response Optimization* в поле *Design Variables Set* выберем пункт *New*. Откроется окно «*Create Design Variables Set*», в левой части которого введем настраиваемые переменные *a*, *b*, *c*, *d* и *betta*, равные 1 (столбцы *Variable*, *Value*), как изображено на рис. 4.

Create Design Variables Set					
Create Design Variables set: DesignVars					
	Variable	Value	Minimum	Maximum	Scale
<input checked="" type="checkbox"/>	a	1	0	Inf	1
<input checked="" type="checkbox"/>	b	1	0	Inf	1
<input checked="" type="checkbox"/>	c	1	0	Inf	1
<input checked="" type="checkbox"/>	d	1	0	Inf	1
<input checked="" type="checkbox"/>	betta	1	0	Inf	1

Update model variables

Variable Detail

Рис. 4. Окно задания интервалов изменения переменных.

В окне «Options» на вкладке *Optimization Options* выберем метод поиска *Simplex search* и максимальное количество итераций (*Maximum iterations*), равное 1000 (рис. 5).

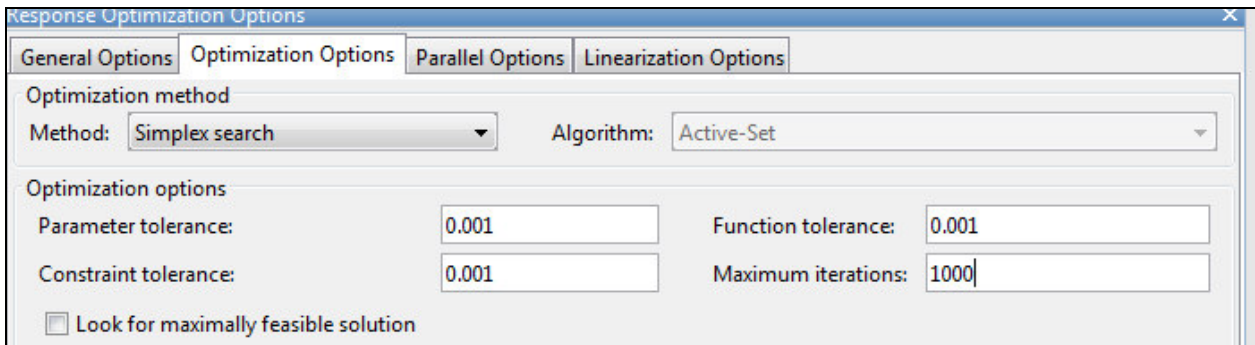


Рис. 5. Окно параметров настройки оптимизации.

В окне «Design Optimization» запустим несколько раз процесс оптимизации параметров регулятора, нажав кнопку Пуск. После окончания процесса оптимизации в окне «Design Optimization» будет выведен график оптимального переходного процесса модели системы управления (рис. 6).

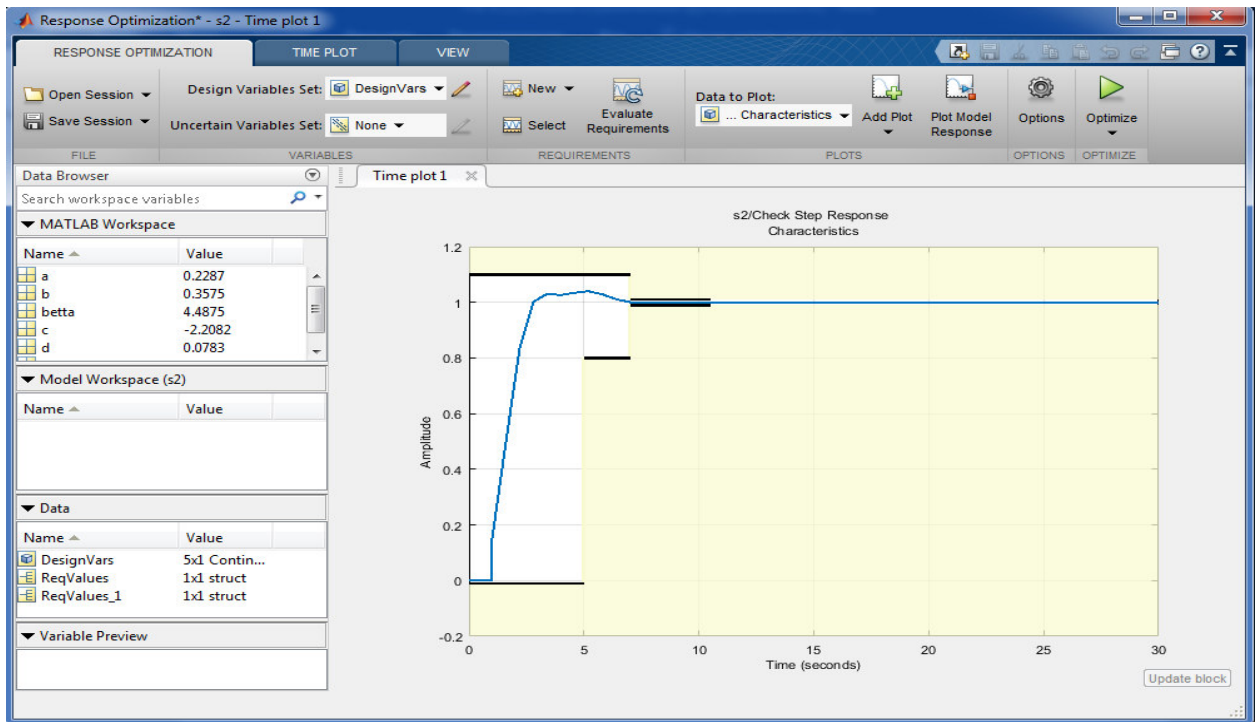


Рис. 6. График оптимального переходного процесса.

Таким образом были найдены коэффициенты $a = 0.22878$, $b = 0.35764$ первой составляющей

$$\frac{1}{P(z^{-1})} = \frac{1}{1 - 0.22878z^{-1} + 0.35764z^{-2}}$$

и коэффициенты $c = -2.2081$ и $d = 0.078035$ второй составляющей передаточной функции регулятора

$$Q'(z^{-1}) = 1 - 2.2081z^{-1} + 0.078035z^{-2}.$$

Время переходного процесса при этом равно заданному значению $t_n = 7$ с. В окне «Score» отдельно выведем график переходного процесса (рис. 7).

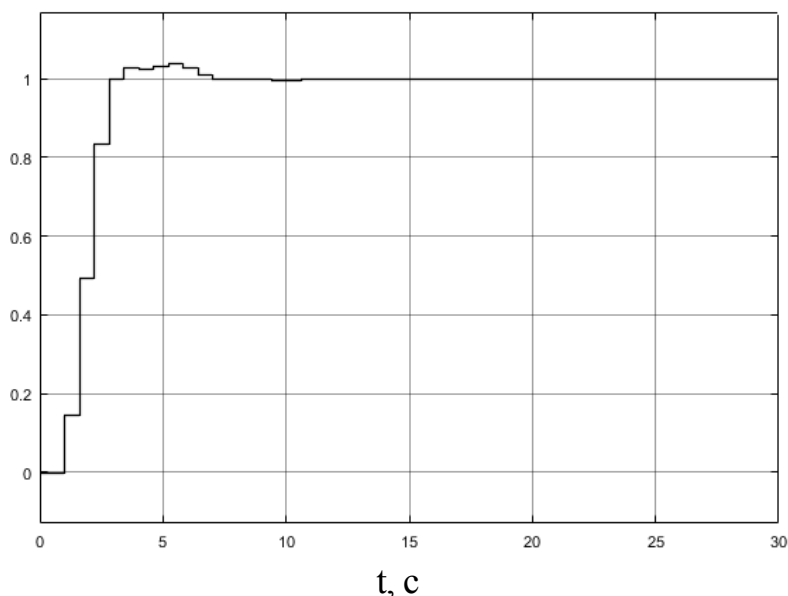


Рис. 7. График оптимального переходного процесса в окне «Score».

Заключение

Из полученных нами результатов видно, что график переходного процесса в системе с самонастраивающимся ПИД регулятором удовлетворяет заданным показателям качества при определении параметров дискретных передаточных функций регулятора оптимизационным методом. Получение одного отрицательного коэффициента обусловлено *симплексным методом поиска параметров передаточной функции*, который игнорирует заданные ограничения искомых переменных. При этом дискретные передаточные функции не нарушают свою форму. Время, затрачиваемое на проведение активного опыта оптимизационным методом, является сравнительно небольшим и составляет не более 10 минут.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ortega R., Kelly R. PID self-tuners: Some theoretical and practical aspects // IEEE Trans. Ind. Electron. – 1984. – Vol. 31. – P. 332-338.
2. Bobál V., Böhm J., Fessl J., Macháček J. Digital Self-tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications. – London: Springer-Verlag, 2005.
3. Кудинов Ю.И., Келина А.Ю. Упрощенный метод определения параметров нечетких ПИД-регуляторов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2013. – №1. – С. 12-22.

E-mail:

Васютин Дмитрий Иванович – jake.carver2016@yandex.ru;

Добрынин Кирилл Юрьевич – dobrynin94@yandex.ru;

Кудинов Юрий Иванович – kaf-inf@stu.lipetsk.ru;

Дургарян Ирина Суреновна – pif-70@yandex.ru;

Пащенко Федор Федорович – feodor@ipu.rssi.ru.