



УДК 684.51

© 2019 г. **Е.Л. Еремин**, д-р техн. наук,  
**Л.В. Чепак**, канд. техн. наук  
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

## **КОМБИНИРОВАННЫЙ РЕГУЛЯТОР ДЛЯ НЕАФФИННОЙ МНОГОСВЯЗНОЙ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО УПРАВЛЕНИЮ**

Рассматривается синтез алгоритмов многосвязной системы для управления неаффинными объектами, переменные состояния которых недоступны прямому измерению. Показано, что построенный на основе критерия гиперустойчивости децентрализованный закон управления устраняет влияние нелинейностей и компенсирует в следящей многосвязной системе внешние и параметрические возмущения с требуемой точностью.

**Ключевые слова:** неаффинная многосвязная система, комбинированный закон управления, критерий гиперустойчивости, наблюдатель полного порядка, запаздывание по управлению.

DOI: 10.22250/isu.2019.59.118-130

### **Введение**

Среди всего многообразия систем автоматического управления особое место занимают многосвязные системы управления, функционирующие в условиях априорной параметрической неопределенности, наличия внешних неконтролируемых помех и временных задержек в каналах управления. Значительную часть многосвязных систем составляет класс децентрализованных многосвязных систем, в которых сложный объект управления представляется в виде набора взаимосвязанных локальных подсистем с локальными контурами управления. Большинство известных схем управления многосвязными системами относится к аффинным объектам [1 – 3], но с точки зрения прикладной значимости наиболее важной является задача управления неаффинными многосвязными системами [4 – 9], в том числе содержащими запаздывание по управлению [10]. В данной работе синтез комбинированного закона

управления опирается на критерий гиперустойчивости [11]; для компенсации негативного влияния входного запаздывания на функционирование неаффинной системы используется упредитель-компенсатор [12 – 14]; для получения оценок недоступных прямым измерениям переменных состояния локальных подсистем применяются наблюдатели с сильной обратной связью [15 – 17].

## 1. Математическая модель исходной системы управления

Пусть динамические процессы в локальных подсистемах неаффинной системы описываются уравнениями

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = \left( A_i + B_0 a_i^T(y_i(t)) \right) x_i(t) + B_i(y_i(t)) \left( u_i(t-h_i) f_{1_i}(x_i(t), u_i(t-h_i)) + \right. \\ \left. + f_{2_i}(x_i(t), u_i(t-h_i)) + \sum_{j=1}^k \theta_{ij}(x_i) \right) + \varphi_i(t), \quad (1)$$

$$x_i(0) = x_{0_i}, \quad u_i(\mathcal{G}_i) = v_i(\mathcal{G}_i), \quad \mathcal{G}_i \in [-h_i, 0], \quad y_i(t) = x_{1_i}(t),$$

где  $x_i(t) \in R^{n_i}$  – переменные состояния локальных подсистем;  $u_i(t) \in R$  – управляющие воздействия;  $y_i(t) \in R$  – выходы подсистем;  $h_i = \text{const} > 0$  – известные постоянные запаздывания;  $A_i$  – нильпотентные матрицы размером  $n_i \times n_i$ ;  $B_{0i} = [0, \dots, 0, b_{0i}]^T$  – векторы размером  $n_i \times 1$ ,  $b_{0i} = 1$ ,  $i = 1, \dots, k$ ;  $B_i(y_i(t)) = [0, \dots, 0, b_{n_i}(y_i(t))]^T$ ,  $a_i(y_i(t)) = [a_{1_i}(y_i(t)), a_{2_i}(y_i(t)), \dots, a_{n_i}(y_i(t))]^T$  – нелинейные векторные функции, элементы которых удовлетворяют ограничениям

$$\left| a_{1_i}(y_i(t)) \right| \leq a_{1_i}^+, \dots, \left| a_{n_i}(y_i(t)) \right| \leq a_{n_i}^+, \quad b_{n_i}^- \leq b_{n_i}(y_i(t)) \leq b_{n_i}^+, \quad (2)$$

где  $a_{j_i}^+, b_{n_i}^-, b_{n_i}^+ > 0$  – известные числа,  $i = \overline{1, k}$ ,  $j = \overline{1, n}$ ;  $\varphi_i(t) \in R^{n_i}$  – векторы внешних неконтролируемых помех,  $\varphi_i(t) = [0, \dots, 0, \varphi_{n_i}(t)]^T$ , элементы которых удовлетворяет неравенствам

$$\left| \varphi_{n_i}(t) \right| \leq \varepsilon_{1_i}, \quad \forall t \geq 0, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_{1_i} = \text{const} > 0$  – известные числа;  $f_{1_i}(x_i(t), u_i(t-h_i))$ ,  $f_{2_i}(x_i(t), u_i(t-h_i))$  – неизвестные гладкие нелинейные функции, удовлетворяющие неравенствам:

$$\varepsilon_{2_i} < f_{1_i}(x_i(t), u_i(t-h_i)) \leq \varepsilon_{3_i}, \quad \left| f_{2_i}(x_i(t), u_i(t-h_i)) \right| \leq \varepsilon_{4_i}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_{2_i}, \varepsilon_{3_i}, \varepsilon_{4_i} = \text{const} > 0$  – известные числа;  $x_{0_i}$  – начальные условия,  $v_i(\mathcal{G}_i)$  – ограниченные непрерывные начальные функции;  $\theta_{ij}(x_i)$  – функции, описывающие перекрестные связи в сложной системе;  $k$  – количество локальных подсистем.

Перекрестные связи сложной системы (1) – (4) описываются уравнениями:

$$\frac{dx_{ij}}{dt} = P_{ij}x_{ij}(t) + W_{ij}y_j(t), \quad \theta_{ij}(x_i) = L_{ij}^T x_{ij}(t), \quad (5)$$

где  $x_{ij}(t) \in R^{n_y}$ ;  $W_{ij} = [0, 0, \dots, 1]^T$ ,  $L_{ij} = [1, 0, \dots, 0]^T$ ;  $P_{ij}$  – неизвестная числовая матрица такая, что уравнение (5) описывает устойчивое динамическое звено.

Требуемое поведение в каждой подсистеме (1) задается динамическими звеньями – локальными эталонными моделями. Причем рассматривается по два выхода эталонов: основной – задающий желаемую динамику каждой подсистемы и вспомогательный – формирующий динамику каждого локального основного контура управления

$$\frac{dx_{m_i}(t)}{dt} = A_{m_i}x_{m_i}(t) + B_{m_i}r_i(t), \quad y_{m_i}(t) = x_{m_{1i}}(t), \quad z_{m_i}(t) = g_i^T x_{m_i}(t), \quad (6)$$

где  $x_{m_i}(t) \in R^{n_i}$  – векторы состояния эталонных моделей;  $r_i(t) \in R$  – задающие воздействия, кусочно-непрерывные, ограниченные функции;  $y_{m_i}(t) \in R$  – основные выходы моделей,  $z_{m_i}(t) \in R$  – вспомогательные выходы эталонных моделей;  $A_{m_i} = A_i - B_{0i}a_{m_i}^T$  – гурвицевы матрицы порядка  $n_i \times n_i$ ;  $a_{m_i} = [a_{m_{1i}}, \dots, a_{m_{n_i}}]^T$ ,  $B_{m_i} = [0, \dots, b_{m_i}]^T$  – постоянные векторы соответственно размером  $n_i \times 1$ ,  $b_{m_i} > 0$ ;  $g_i$  – заданные векторы, элементы которых выбираются специальным образом, описываемым ниже.

Нелинейная многосвязная система (1) обладает отрицательным свойством, оказывающим негативное влияние на работоспособность всей системы – запаздыванием по управлению. Чтобы ослабить влияние запаздывания на работу системы управления в целом, в каждой локальной подсистеме используются упредитель-компенсаторы, подключаемые параллельно каждому локальному объекту управления (1) [11, 12]. Аналогично явным эталонным моделям (6) рассмотрим по два выхода упредитель-компенсаторов:

$$\frac{dx_{k_i}(t)}{dt} = A_{m_i}x_{k_i}(t) + B_{m_i}(u_i(t) - u_i(t - h_i)), \quad y_{k_i}(t) = x_{k_{1i}}(t), \quad z_{k_i}(t) = g_i^T x_{k_i}(t), \quad (7)$$

где  $x_{k_i}(t) \in R^{n_i}$  – векторы состояния локальных упредитель-компенсаторов,  $y_{k_i}(t)$  и  $z_{k_i}(t)$  – соответственно их основные и вспомогательные выходы.

Сформулируем постановку задачи: для многосвязной неаффинной системы управления (1) – (7) в локальных подсистемах требуется синтезировать комбинированные законы управления

$$u_i(t) = u_i(x_i(t), x_{m_i}(t), x_{k_i}(t), u_i(t - h_i), r_i(t)) \quad (8)$$

таким образом, чтобы при любых начальных условиях и любом уровне априорной неопределенности системы (1) – (8) в ней было бы обеспечено выполнение целевых неравенств

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_{m_i}(t) - y_i(t)| \leq \sigma_{0i} = const > 0, \quad i = \overline{1, k}. \quad (9)$$

## 2. Синтез закона управления

Для каждой локальной подсистемы рассматриваемой многосвязной неаффинной системы синтез комбинированных законов управления осуществлялся поэтапно:

на первом этапе на основе критерия гиперустойчивости получены алгоритмы управления в предположении, что измерению доступны все переменные состояния локальных подсистем [10];

на втором этапе с целью получения и использования в синтезированных алгоритмах оценок неизмеряемых переменных состояния в основные контуры управления подсистем вводились наблюдатели с сильной обратной связью [13 – 15];

на третьем этапе выполнялось имитационное моделирование синтезированной системы управления для подтверждения работоспособности системы и подбора параметров алгоритмов управления, обеспечивающих желаемое качество функционирования многосвязной системы.

Следуя методике критерия гиперустойчивости, вводится в рассмотрение сигнал рассогласования  $e_i(t) = x_{m_i}(t) - (x_i(t) + x_{k_i}(t))$ , и эквивалентное математическое описание для исследуемой системы (1) – (8) запишется в виде линейной стационарной части

$$\frac{de_i(t)}{dt} = A_{m_i}e_i(t) + B_{m_i}\mu_i(t), \quad v_i(t) = z_{m_i}(t) - g_i^T x_i(t) - z_{k_i}(t) \quad (10)$$

и нелинейной нестационарной части

$$\begin{aligned} \mu_i(t) = & - \left[ u_i(t) - r_i(t) + b_{m_i}^{-1} \left( (a_{m_i} + a_i(y_i(t)))^T x_i(t) + \right. \right. \\ & + b_{n_i}(y_i(t)) \left( (f_{1_i}(x_i(t), u_i(t-h_i)) - 1) u_i(t-h) + \right. \\ & \left. \left. + f_{2_i}(x_i(t), u_i(t-h_i)) \right) + \varphi_i(t) \right], \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\mu_i(t)$  – видоизмененные управления;  $v_i(t)$  – ошибки по вспомогательным выходам локальных подсистем;  $i = 1, \dots, k$ .

Согласно критерию гиперустойчивости [10], явный вид алгоритмов управления определяется с использованием интегрального неравенства В.М. Попова, обеспечивая его выполнение:

$$\eta_i(0, t) = - \int_0^t \mu_i(\vartheta) v_i(\vartheta) d\vartheta \geq -\eta_{0i}^2 = const, \quad \forall t > 0, \quad i = \overline{1, k}. \quad (12)$$

При подстановке (11) в подынтегральную функцию неравенства (12) и анализе полученных выражений было замечено, что при формировании структуры закона управления (8) целесообразно для каждой локальной подсистемы к разности двух сигналов ( $u_i(t) - r_i(t)$ ) приравнять сумму трех сигналов ( $u_{1i}(t) + u_{2i}(t) + u_{3i}(t)$ ), получая для каждого  $u_i(t)$  уравнение

$$u_i(t) = r_i(t) + u_{1i}(t) + u_{2i}(t) + u_{3i}(t), \quad (13)$$

где  $u_{1i}(t)$ ,  $u_{2i}(t)$  и  $u_{3i}(t)$  – составляющие сигнала управления,  $i = 1, \dots, k$ .

Интегралы (12), с учетом (13), преобразуются следующим образом:

$$\eta_i(0, t) = \eta_{1i}(0, t) + \eta_{2i}(0, t) + \eta_{3i}(0, t);$$

$$\eta_{1i}(0, t) = \int_0^t \left( u_{1i}(s) + b_{m_i}^{-1} (a_{m_i} + a_i(y_i(\mathcal{G})))^T x_i(\mathcal{G}) \right) v_i(s) ds =$$

$$= \int_0^t \left( u_{1i}(s) + b_{m_i}^{-1} \sum_{j=1}^n (a_{mj_i} + a_{ij}(y_i(\mathcal{G}))) x_{j_i}(s) \right) v_i(s) ds,$$

$$\eta_{2i}(0, t) = \int_0^t \left( u_{2i}(\mathcal{G}) + b_{m_i}^{-1} (b_{n_i}(y_i(\mathcal{G})) f_{1_i}(x_i(\mathcal{G}), u_i(\mathcal{G} - h_i)) - 1) u_i(\mathcal{G} - h_i) \right) v_i(\mathcal{G}) d\mathcal{G};$$

$$\eta_{3i}(0, t) = \int_0^t \left( u_{3i}(\mathcal{G}) + b_{m_i}^{-1} b_{n_i}(y_i(\mathcal{G})) (f_{2_i}(x_i(\mathcal{G}), u_i(\mathcal{G} - h_i)) + \varphi_i(\mathcal{G})) \right) v_i(\mathcal{G}) d\mathcal{G}.$$

Составляющие  $u_{1i}(t)$ ,  $u_{2i}(t)$ ,  $u_{3i}(t)$  синтезированы соответственно в виде

$$u_{1i}(t) = \sum_{j=1}^n \left( h_{j_i} x_{j_i}(t) \int_0^t x_{j_i}(\mathcal{G}) v_i(\mathcal{G}) d\mathcal{G} + h_{1j_i} x_{j_i}^2(\mathcal{G}) v_i(\mathcal{G}) \right), \quad (14)$$

$$u_{2i}(t) = \tilde{h}_{2_i} u_i(t - h_i) \int_0^t u_i(\mathcal{G} - h_i) v_i(\mathcal{G}) d\mathcal{G}, \quad (15)$$

$$u_{3i}(t) = \tilde{h}_{3_i} \int_0^t v_i(\mathcal{G}) d\mathcal{G} + \tilde{h}_{4_i} v_i(t), \quad (16)$$

$$h_{j_i}, h_{1j_i} = \text{const} > 0, \quad \tilde{h}_{2_i} = 2\hat{h}_{1_i}^2 \hat{h}_{2_i}, \quad \hat{h}_{1_i} = \max |b_{m_i}^{-1} b_{n_i}^+ f_{1_i}(x_i(t), u_i(t - h_i)) - 1|, \quad \forall t > 0,$$

$$\tilde{h}_{3_i} = 2\hat{h}_{3_i} (b_{n_i}^+)^2 (\varepsilon_{1_i} + \varepsilon_{4_i})^2; \quad \hat{h}_{2_i}, \hat{h}_{3_i}, \tilde{h}_{4_i} = \text{const} > 0, \quad i = \overline{1, k}, j = \overline{1, n}.$$

Таким образом, комбинированный закон управления, общий вид которого задавался уравнением (8), с учетом соотношений (14) – (16), будет описываться уравнением

$$\begin{aligned} u_i(t) = & r_i(t) + \sum_{j=1}^n h_{j_i} x_{j_i}(t) \int_0^t x_{j_i}(\mathcal{G}) (z_{m_i}(\mathcal{G}) - g_i^T x_i(\mathcal{G}) - z_{k_i}(\mathcal{G})) d\mathcal{G} + \\ & + \sum_{j=1}^k h_{1j_i} x_{j_i}^2(t) v_i(t) + \tilde{h}_{2_i} u_i(t - h_i) \int_0^t u_i(\mathcal{G} - h_i) (z_{m_i}(\mathcal{G}) - g_i^T x_i(\mathcal{G}) - z_{k_i}(\mathcal{G})) d\mathcal{G} + \quad (17) \\ & + \tilde{h}_{3_i} \int_0^t (z_{m_i}(\mathcal{G}) - g_i^T x_i(\mathcal{G}) - z_{k_i}(\mathcal{G})) d\mathcal{G} + \tilde{h}_{4_i} (z_{m_i}(t) - g_i^T x_i(t) - z_{k_i}(t)). \end{aligned}$$

Далее необходимо обеспечить выполнение следующего неравенства для линейной стационарной части эквивалентной системы (10):

$$\operatorname{Re} W_i(j\omega) > 0, \quad \forall \omega > 0, \quad i = \overline{1, k}. \quad (18)$$

Записывая обобщенные выходы эквивалентной системы (10) как сигналы рассогласования основных контуров локальных подсистем исследуемой многосвязной системы

$$v_i(t) = z_{m_i}(t) - g_i^T x_i(t) - z_{k_i}(t) = g_i^T (x_{m_i}(t) - x_i(t) - x_{k_i}(t)),$$

получим функции для (10) в следующем виде:

$$W_i(s) = g_i^T (sE_n - A_{mi})^{-1} B_{mi} = \frac{b_{mi} g_i(s)}{a_{mi}(s)}, \quad i = \overline{1, k},$$

где  $a_{mi}(s)$  – гурвицевы полиномы степеней  $n_i$ ,  $g_i(s)$  – полиномы степени  $n_i - 1$ , коэффициенты которых выбираются разработчиками системы таким образом, чтобы выполнялись неравенства (18). Заметим, что наиболее простой вариант данного выбора состоит в том, чтобы корни полиномов  $g_i(s)$  совпадали с соответствующими  $(n_i - 1)$ -м корнями полиномов  $a_{mi}(s)$ , тогда желаемая динамика основного контура каждой локальной подсистемы будет соответствовать динамике инерционного звена первого порядка, для которого выполнение неравенства (18) очевидно.

В силу выполнения неравенств (12) и (18) на основе критерия гиперустойчивости можно утверждать, что система управления (1), (5) – (7), (17) является гиперустойчивой в заданном классе неопределенности (2) – (4), следовательно, для каждой локальной подсистемы будут выполняться предельные условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |v_i(t)| = 0, \quad i = \overline{1, k} \quad (19)$$

и, как следствие, – цель управления (9).

### 3. Техническая реализация комбинированного регулятора

Предположения об измеримости переменных состояния системы (1), сделанные в предыдущем пункте, позволили на основе критерия гиперустойчивости синтезировать комбинированный закон управления для многосвязной неаффинной системы, но при решении практических задач измерению доступны только выходы локальных подсистем  $y_i(t)$ .

Поэтому для технической реализуемости синтезированного алгоритма управления нужны оценки недоступных прямым измерениям переменных состояния, которые можно получить с использованием в каждой подсистеме, например, наблюдателей с сильной обратной связью

$$\begin{aligned}
\frac{dx_{N_i}}{dt} &= A_{mi}x_{N_i} + L_i(y_i(t) - C_i^T x_{N_i}(t)) + B_{mi}u_i(t - h_i), \\
y_{N_i}(t) &= C_i^T x_{N_i}(t), \\
v_{N_i}(t) &= \bar{g}_i^T x_{N_i}(t), \quad i = \overline{1, k},
\end{aligned} \tag{20}$$

где  $x_{N_i}(t) \in R^{n_i}$  – переменные состояния наблюдателей;  $y_{N_i}(t) \in R$  – выходы наблюдателей;  $v_{N_i}(t) \in R$  – обобщенные выходы наблюдателей;  $L_i$  – постоянные векторы, обеспечивающие заданную динамику оценок состояния;  $C_i = [0, \dots, 0, c_{0i}]^T$  – векторы соответственно размером  $n_i \times 1$ ,  $c_{0i} = 1$ .

При формировании параметров вектора  $\bar{g}_i$  задаются, следуя [13 – 15],  $\bar{g}_i = g_i K_i^{-1}$ , где  $K_i$  – коэффициенты согласования в установившемся режиме обобщенных выходов соответствующих эталонов (6) и наблюдателей (20)

$$K_i = \lim_{s \rightarrow 0} g_i^T (sE - A_{mi})^{-1} L_i = -g_i^T A_{mi}^{-1} L_i, \quad i = \overline{1, k}.$$

Компоненты векторов  $L_i$  наблюдателей (20) выбираются таким образом, чтобы матрицы  $(A_{mi} - L_i C_i^T)$  была гурвицевыми. Поскольку соответствующие пары  $(A_{mi}, C_i)$  наблюдаемы, такой выбор вполне возможен.

Выбор значений векторов  $L_i$  осуществляется из условия желаемого распределения корней характеристических полиномов локальных наблюдателей (20), которые удовлетворяют неравенству:

$$\min_l \operatorname{Re}(-\lambda_{li}) \geq \theta_i \max_j \operatorname{Re}(-\lambda_{ji}), \quad i = \overline{1, k}, \tag{21}$$

где  $\lambda_{li}$ ,  $\lambda_{ji}$  – характеристические числа матриц  $A_{mi}$  и  $(A_{mi} - L_i C_i^T)$  соответственно;  $\theta_i = \text{const}$  – скаляры, которые определяют желаемое расположение полюсов на комплексной плоскости при  $\theta_i \gg 1$ .

Таким образом, если в комбинированном законе управления (17) переменные состояния  $x_i(t)$  объекта управления (1) заменить их соответствующими оценками  $x_{N_i}(t)$ , представляя его в виде

$$\begin{aligned}
u_i(t) &= r_i(t) + \sum_{j=1}^n h_{ji} x_{N_{j_i}}(t) \int_0^t x_{N_{j_i}}(\vartheta) (z_{m_i}(\vartheta) - g_i^T x_{N_i}(\vartheta) - z_{k_i}(\vartheta)) d\vartheta + \\
&+ \sum_{j=1}^n h_{1j_i} x_{N_{j_i}}^2(t) v_i(t) + \tilde{h}_{2_i} u_i(t - h_i) \int_0^t u_i(\vartheta - h_i) (z_{m_i}(\vartheta) - g_i^T x_{N_i}(\vartheta) - z_{k_i}(\vartheta)) d\vartheta + \\
&+ \tilde{h}_{3_i} \int_0^t (z_{m_i}(\vartheta) - g_i^T x_{N_i}(\vartheta) - z_{k_i}(\vartheta)) d\vartheta + \tilde{h}_{4_i} (z_{m_i}(t) - g_i^T x_{N_i}(t) - z_{k_i}(t)),
\end{aligned} \tag{22}$$

где  $h_{ji}, h_{1j_i} = \text{const} > 0$ ;  $\tilde{h}_{2_i} = 2\hat{h}_{1_i}^2 \hat{h}_{2_i}$ ;  $\hat{h}_{1_i} = \max |b_{m_i}^{-1} b_{n_i}^+ f_{1_i}(x_i(t), u_i(t - h_i)) - 1|$ ,

$\forall t > 0$ ;  $\tilde{h}_{3_i} = 2\hat{h}_{3_i} (b_{n_i}^+)^2 (\varepsilon_{1_i} + \varepsilon_{4_i})^2$ ;  $\hat{h}_{2_i}, \hat{h}_{3_i}, \tilde{h}_{4_i} = const > 0, i = \overline{1, k}, j = \overline{1, n}$ , то система (1) – (7), (20), (22) будет  $L$ -диссипативной в заданном классе, а регулятор (22), синтезированный на основе критерия гиперустойчивости, окажется технически реализуемым.

Как отмечалось в [18], одним из недостатков наблюдателей с сильной обратной связью (20) является появление в переходных процессах пиков при увеличении значения  $\theta_i$ , что приводит к неустойчивости системы. Поэтому для того, чтобы ослабить влияние пиков на поведение объекта управления, в законе управления используют насыщение, включающееся при выходе переменных состояния наблюдателя из некоторого компактного множества:

$$\begin{aligned} u_i(t) = & r_i(t) + \sum_{j=1}^n h_{j_i} \text{sat}(x_{N_{j_i}}(t)) \int_0^t \text{sat}(x_{N_{j_i}}(\vartheta)) (z_{m_i}(\vartheta) - g_i^T \text{sat}(x_{N_i}(\vartheta)) - z_{k_i}(\vartheta)) d\vartheta + \\ & + \sum_{j=1}^n h_{1_{j_i}} x_{N_{j_i}}^2(t) v_i(t) + \tilde{h}_{2_i} u_i(t - h_i) \int_0^t u_i(\vartheta - h_i) (z_{m_i}(\vartheta) - g_i^T x_{N_i}(\vartheta) - z_{k_i}(\vartheta)) d\vartheta + \\ & + \tilde{h}_{3_i} \int_0^t (z_{m_i}(\vartheta) - g_i^T x_{N_i}(\vartheta) - z_{k_i}(\vartheta)) d\vartheta + \tilde{h}_{4_i} (z_{m_i}(t) - g_i^T x_{N_i}(t) - z_{k_i}(t)). \end{aligned} \quad (23)$$

где  $h_{j_i}, h_{1_{j_i}} = const > 0$ ;  $\tilde{h}_{2_i} = 2\hat{h}_{1_i}^2 \hat{h}_{2_i}$ ;  $\hat{h}_{1_i} = \max |b_{m_i}^{-1} b_{n_i}^+ f_{1_i}(x_i(t), u_i(t - h_i)) - 1|$ ,  
 $\forall t > 0$ ;  $\tilde{h}_{3_i} = 2\hat{h}_{3_i} (b_{n_i}^+)^2 (\varepsilon_{1_i} + \varepsilon_{4_i})^2$ ;  $\hat{h}_{2_i}, \hat{h}_{3_i}, \tilde{h}_{4_i} = const > 0, i = \overline{1, k}, j = \overline{1, n}$ .

#### 4. Пример работы системы управления

Проиллюстрируем полученные результаты на примере децентрализованного управления многосвязным неаффинным объектом с запаздыванием по управлению (1), состоящим из двух локальных подсистем:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1_1}(t) &= x_{2_1}(t), \\ \dot{x}_{2_1}(t) &= a_{1_1}(y_1(t))x_{1_1}(t) + a_{2_1}(y_1(t))x_{2_1}(t) + \\ &+ b_1(y_1(t))u_1(t - h_1) f_{1_1}(x_1(t), u_1(t - h_1)) + \\ &+ b_1(y_1(t))f_{2_1}(x_1(t), u_1(t - h_1)) + \\ &+ \theta_{11}(x_1(t)) + \theta_{12}(x_2(t)), \end{aligned} \quad (24)$$

где  $h_1 = 0.5c$ ,  $a_{1_1}(y_1(t)) = a_{11_1} + a_{12_1} \sin(x_1(t))$ ,  $a_{2_1}(y_1(t)) = a_{21_1} + a_{22_1} |\cos(x_2(t))|$ ,  
 $b_{2_1}(y_1(t)) = b_{21_1} + b_{22_1} \sin(x_1(t))$ ,  $f_{1_1}(x_1(t), u_1(t)) = 1 + \frac{d_{01}}{1 + u_1^2(t)}$ ,  $f_{2_1}(x_1(t), u_1(t)) = 0.3 \cdot |u_1(t - h_1)|$ ,  
 $y_1(0) = \dot{y}_1(0) = 1$ ,  $\varphi_1(t) = \varphi_{01} \sin(0.02\pi \cdot t)$ ;



$$\begin{aligned}
\dot{x}_{1_2}(t) &= x_{2_2}(t), \\
\dot{x}_{2_2}(t) &= x_{3_2}(t), \\
\dot{x}_{3_2}(t) &= a_{1_2}(y_2(t))x_{1_2}(t) + a_{2_2}(y_2(t))x_{2_2}(t) + a_{3_2}(y_2(t))x_{3_2}(t) + \\
&\quad + b_2(y_2(t))u_2(t-h_2)f_{1_2}(x_2(t), u_2(t-h_2)) + \\
&\quad + b_2(y_2(t))f_{2_2}(x_2(t), u_2(t-h_2)) + \theta_{21}(x_1(t)) + \theta_{22}(x_2(t)),
\end{aligned} \tag{25}$$

где  $a_{1_2}(y_2(t)) = a_{11_2} + a_{12_2} |\sin(x_{1_2}(t))|$ ,  $a_{2_1}(y_2(t)) = a_{21_2} + a_{22_2} \cos(x_{2_2}(t))$ ,  
 $a_{3_2}(y_2(t)) = a_{31_2} + a_{33_2} \sin(x_{3_2}(t))$ ,  $b_{3_2}(y_2(t)) = b_{31_2} + b_{33_2} \sin(x_{3_2}(t))$ ,  $h_2 = 0.7c$ ,

$$f_{1_2}(x_2(t), u_2(t)) = 0.1 + \frac{d_{02}}{1 + \sqrt[4]{|u_2(t-h_2)|}}, \quad f_{2_2}(x_2(t), u_2(t)) = 0.2 \cdot \tanh|0.15u_2(t-h_2)|,$$

$$y_2(0) = \dot{y}_2(0) = \ddot{y}_2(0) = 2, \quad \varphi_2(t) = \varphi_{02} \cos(0.1\pi \cdot t).$$

Уровень априорной неопределенности подсистем (24), (25) определен соотношениями:

$$\begin{aligned}
|a_{11_1}| \leq 1, \quad |a_{12_1}| \leq 0.2, \quad |a_{21_1}| \leq 1, \quad |a_{22_1}| \leq 0.5, \quad 0.8 \leq b_{21_1} \leq 1.5, \\
-0.5 \leq b_{22_1} \leq 1, \quad 0 \leq d_{01} \leq 2, \quad 0 \leq \varphi_{01} \leq 0.7;
\end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
|a_{11_2}| \leq 1.1, \quad |a_{12_2}| \leq 0.1, \quad |a_{21_2}| \leq 0.2, \quad |a_{22_2}| \leq 2, \quad |a_{31_2}| \leq 4, \\
|a_{32_2}| \leq 0.6, \quad 1 \leq b_{31_2} \leq 2, \quad -1 \leq b_{32_2} \leq 1, \quad 0 \leq d_{02} \leq 2.2, \quad 0 \leq \varphi_{02} \leq 0.5.
\end{aligned} \tag{27}$$

Перекрестные связи (5) в рассматриваемом объекте были заданы передаточными функциями вида

$$W_{12}(s) = \frac{1}{s+2}, \quad W_{21}(s) = \frac{1}{s+5}. \tag{28}$$

Явные эталонные модели (6), задающие желаемую динамику подсистем (24), (25), (28), определены

$$\begin{aligned}
\dot{x}_{m1_1}(t) &= x_{m2_1}(t), \\
\dot{x}_{m2_1}(t) &= -10x_{m1_1}(t) - 11x_{2_1}(t) + 10r_1(t),
\end{aligned} \tag{29}$$

$$y_{m_1}(t) = x_{m1_1}(t), \quad z_{m_1}(t) = 0.1x_{m1_1}(t) + x_{m2_1}(t), \quad y_{m_1}(0) = \dot{y}_{m_1}(0) = 0;$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_{m1_2}(t) &= x_{m2_2}(t), \\
\dot{x}_{m2_2}(t) &= x_{m3_2}(t),
\end{aligned} \tag{30}$$

$$\dot{x}_{m3_2}(t) = -x_{m1_2}(t) - 3x_{2_2}(t) - 3x_{3_2}(t) + r_2(t),$$

$$y_{m_2}(t) = x_{m1_2}(t), \quad z_{m_2}(t) = x_{m1_2}(t) + 2x_{m2_2}(t) + x_{m3_2}(t),$$

$$y_{m_2}(0) = \dot{y}_{m_2}(0) = \ddot{y}_{m_2}(0) = 0,$$

где  $r_1(t) = 0.2 + |0.5 - \cos(0.015\pi t)|$ ,  $r_2(t) = \sin(0.035t) \cdot \cos(0.7t)$  – локальные задающие воздействия.

Локальные упредитель-компенсаторы (7) имеют параметры, аналогичные (29), (30).

Исходя из заданных значений матриц состояния и векторов управления эталонных моделей (29), (30), выбранных значениях  $\theta_1 = 100$ ,  $\theta_2 = 40$ , соответственно удовлетворяющих неравенству (21), были рассчитаны параметры наблюдателей (20):

$$N_1 = [198, 9603]^T, K_1 = 12.4704, \bar{g}^{-T} = [1.247, 12.4704]; \quad (31)$$

$$N_2 = [117, 4446, 50310]^T, K_2 = 1.0789, \bar{g}^{-T} = [1.0789, 2.1578, 1.0789]. \quad (32)$$

На рис. 1 – 4 представлены динамические характеристики системы управления (1), (6), (7), (20), (23) – (25), (28) – (32) при следующих исходных данных объекта, удовлетворяющих неравенствам (26), (27):

$$\begin{aligned} a_{11_1} &= 1, a_{12_1} = 0.1, a_{21_1} = -0.5, a_{22_1} = -0.2, b_{21_1} = 1, \\ b_{22_1} &= -0.5, d_{01} = 1, \varphi_{01} = 0.7; \\ a_{11_2} &= 1.1, a_{12_2} = 0.2, a_{21_2} = -1, a_{22_2} = -0.5, \\ a_{31_2} &= -4, a_{32_2} = -0.6, b_{31_2} = 1.8, \\ b_{32_2} &= -0.8, d_{02} = 2, \varphi_{02} = 0.5 \end{aligned}$$

при следующих подобранных значениях коэффициентов регуляторов (23):

$$\begin{aligned} h_{1_1} &= 10000, h_{11_1} = 400, h_{2_1} = 80000, \\ h_{12_1} &= 150, \tilde{h}_{2_1} = 15, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{3_1} &= 2000, \tilde{h}_{4_1} = 700; \\ h_{1_2} &= 3000, h_{11_2} = 300, h_{2_2} = 800, \\ h_{12_2} &= 100, h_{3_1} = 20, h_{13_2} = 2, \\ \tilde{h}_{2_2} &= 10, \tilde{h}_{3_2} = 20000, \tilde{h}_{4_2} = 600. \end{aligned} \quad (34)$$

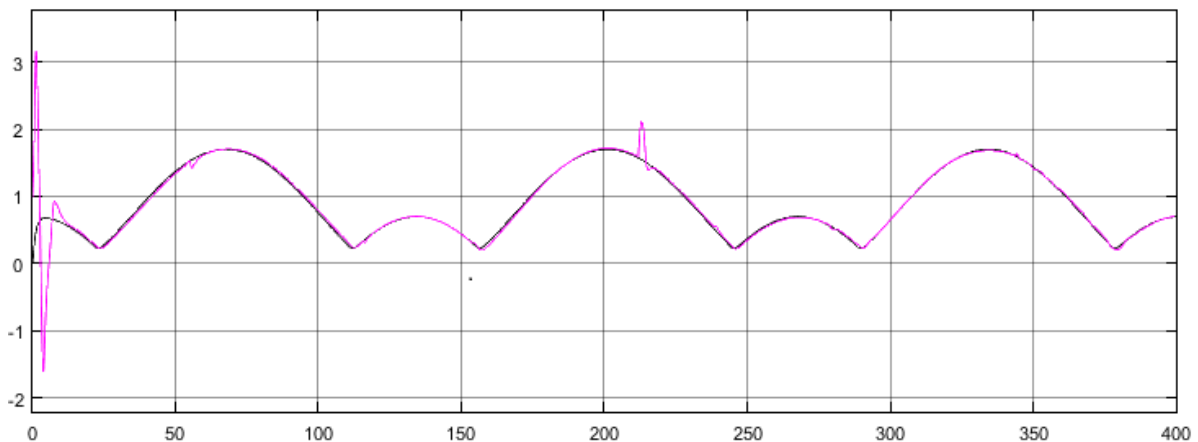


Рис. 1. Динамика выходов объекта и эталона первой локальной системы с параметрами (24), (26), (28), (29), (31), (33).

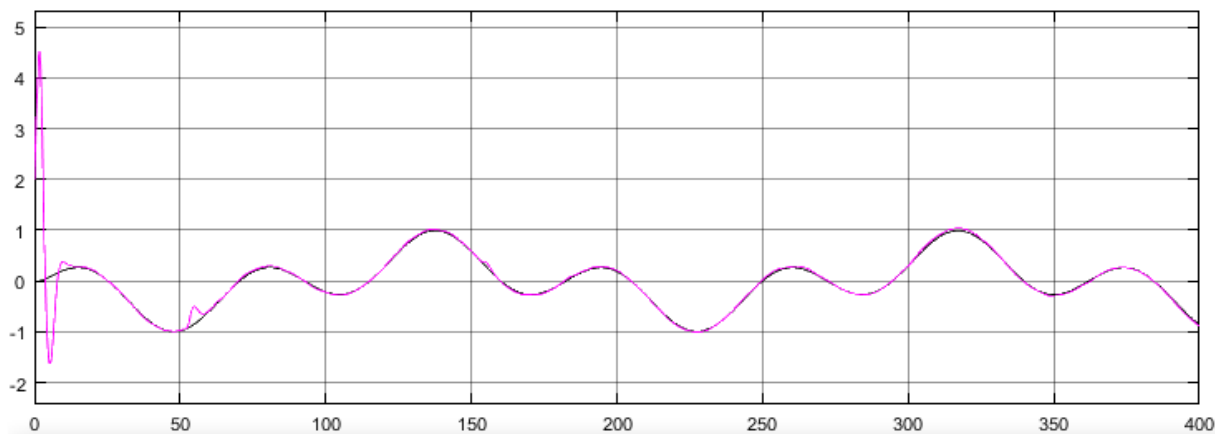


Рис. 2. Динамика выходов объекта и эталона второй локальной системы с параметрами (25), (27), (28), (30), (32), (34).

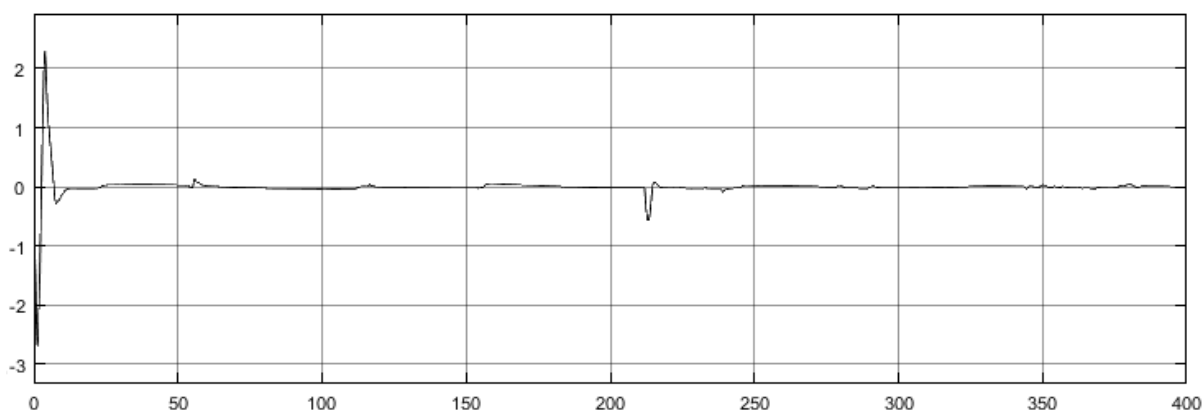


Рис. 3. Ошибка регулирования в первой локальной системе с параметрами регулятора (33).

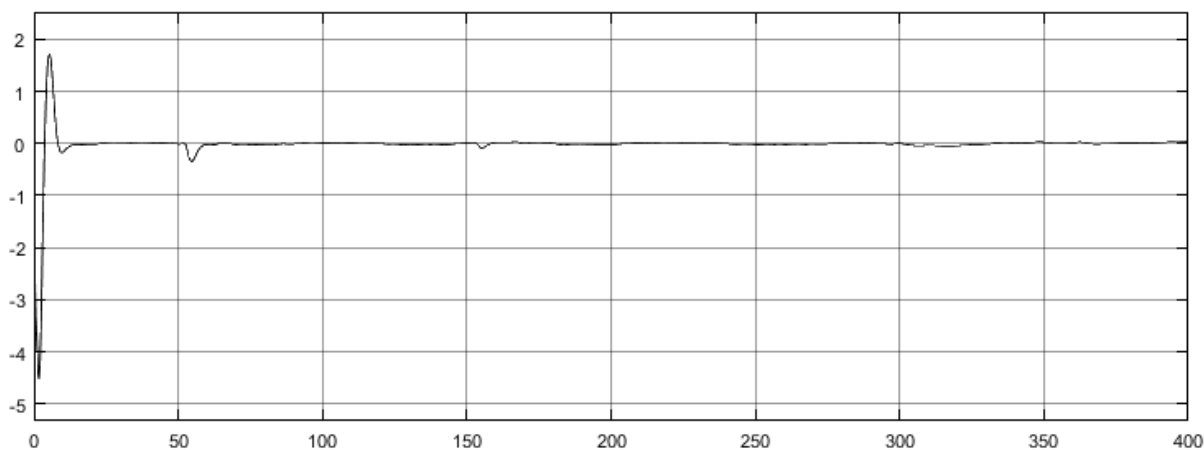


Рис. 4. Ошибка регулирования во второй локальной системе с параметрами регулятора (34).

Графики переходных процессов в многосвязной системе (рис. 1, 3), ошибки слежения за локальными эталонными сигналами (рис. 2, 4) позволяют сделать вывод, что полученный алгоритм децентрализованного управления обеспечивает в следящей системе требуемую точность и величина рассогласования между выходами объектов и эталонными моделями в локальных системах составляет от 5% до 6 %.

## Заключение

В данной работе в рамках использования критерия гиперустойчивости и оценки неизмеряемых переменных состояния с помощью наблюдателей с сильной обратной связью рассматривается подход к построению алгоритмов децентрализованного комбинированного управления многосвязными неаффинными системами со скалярными входами-выходами. Предложенный алгоритм управления позволяет скомпенсировать наличие в многосвязном объекте нелинейностей и неопределенностей, воздействие внешних помех, запаздывающее управление и доступность прямым измерениям только выхода объекта. Серия вычислительных экспериментов продемонстрировала хорошее качество слежения выходов локальных подсистем за основными выходами явных эталонных моделей и подтвердила теоретические результаты.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Фрадков А.Л., Григорьев Г.К. Децентрализованное адаптивное управление синхронизацией сетей динамических систем при ограниченных возмущениях // *АиТ*. – 2013. – № 5. – С. 137-155.
2. Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Робастное управление для одного класса многосвязных динамических объектов // *АиТ*. – 2017. – № 6. – С.106-121.
3. Eremin E.L., Chepak L.V., Shelenok E.A. Robust control of multi-connected nonlinear system // *Proc. 2015 Int. Siberian Conf. on Control and Communications (SIBCON)*. – Omsk, 2015.
4. Lee C.H., Chien J.C., Chang H.H., et al. Direct Adaptive Backstepping Control for a Class of MIMO Non-affine Systems Using Recurrent Neural Networks // *Proc. Int. MultiConf. of Engineers and Computer Scientists 2009. V. I. IMECS 2009*. – March 18–20, 2009, Hong Kong.
5. Ghasemi R., Menhaj M.B., Afshar A. A New Decentralized Fuzzy Model Reference Adaptive Controller for a Class of Large-scale Nonaffine Nonlinear Systems // *Eur. J. Control.* –2009. – No. 5. – P. 534-544.
6. Ghasemi R. Adaptive State Tracking Controller for Multi-Input Multi-Output Nonaffine Nonlinear Systems // *Int. J. Comput. Electrical Engin.* – 2010. – V. 3, No. 3. – P. 426-431.
7. Колегов М.А., Юркевич В.Д. Расчет параметров ПИ-регулятора для неаффинной по управлению системы // *Сб. науч. трудов НГТУ*. – 2011. – № 2 (64). – С. 13-18.
8. Еремин Е.Л. Робастное управление для одного класса неаффинных нелинейных SISO систем // *Информатика и системы управления*. – 2015. – № 3 (45). – С. 89-100.
9. Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Адаптивно-периодическая следящая система для нелинейного объекта, аффинного по управлению // *Автометрия*. – 2015. – Т. 51, № 5. – С. 113-119
10. Wang H., Zhou Q., Yang X., et al. Robust Decentralized Adaptive Neural Control for a Class of Nonaffine Nonlinear Large-Scale Systems with Unknown Dead Zones // *Math. Probl. Engin.* – 2014. – V. 2014. – 640960.

11. *Еремин Е.Л.* Гиперустойчивость системы управления нелинейным объектом с запаздыванием // Автоматизация технологических процессов. – Фрунзе: Фрунзенск. политех. ин-т, 1987.
12. *Еремин Е.Л., Ильина Л.В.* Адаптивные системы с динамическим упредитель-компенсатором для объектов с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. – 2002. № 1(3). – С. 97-102.
13. *Еремин Е.Л., Теличенко Д.А.* Алгоритмы адаптивной системы с запаздыванием по управлению в схеме с расширенной ошибкой и эталонным упредителем // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2006. – № 6. – С. 9-16.
14. *Еремин Е.Л., Чепак Л.В.* Робастная система управления с фильтр-корректором для объекта с запаздыванием // Информатика и системы управления. – 2014. – №2(40) – С. 138-146.
15. *Голубев А.Е., Крищенко А.П., Ткачев С.Б.* Стабилизация нелинейных динамических систем с использованием оценки состояния системы асимптотическим наблюдателем // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 7. – С. 3-40.
16. *Еремин Е.Л., Кван Н.В., Семичевская Н.П.* Робастное управление нелинейными объектами с наблюдателем полного порядка и быстродействующей эталонной моделью // Мехатроника, автоматизация и управление. – 2010. – № 5. – С. 2-6.
17. *Еремин Е.Л., Чепак Л.В.* Адаптивная система с явно-неявным эталоном и стационарным наблюдателем для объекта с запаздыванием по управлению // Вестник ТОГУ. – 2011. – № 2(21). – С. 13-22.
18. *Халил Х.К.* Нелинейные системы. М. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика» / пер. с англ. – Институт компьютерных исследований, 2009.

*E-mail:*

*Еремин Евгений Леонидович – ereminel@mail.ru;*

*Чепак Лариса Владимировна – chepak@inbox.ru.*